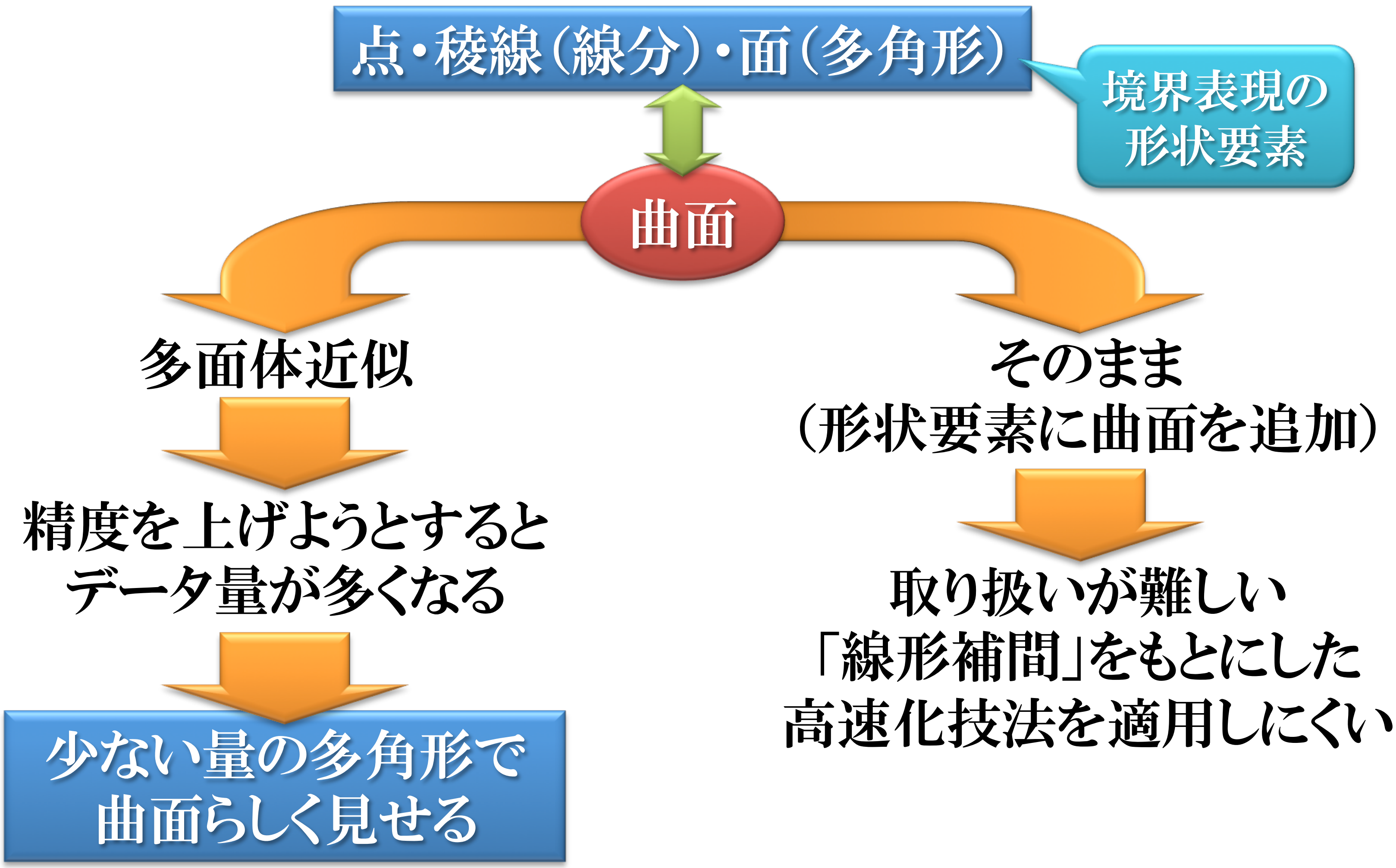
コンピュータグラフィックス

第11回：スムースシェーディング

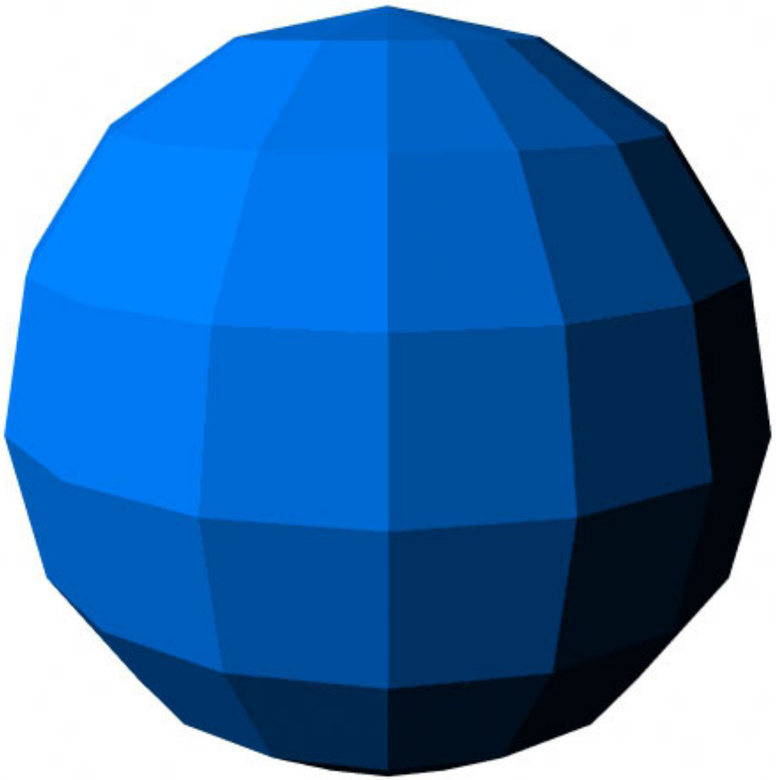
曲面の表現



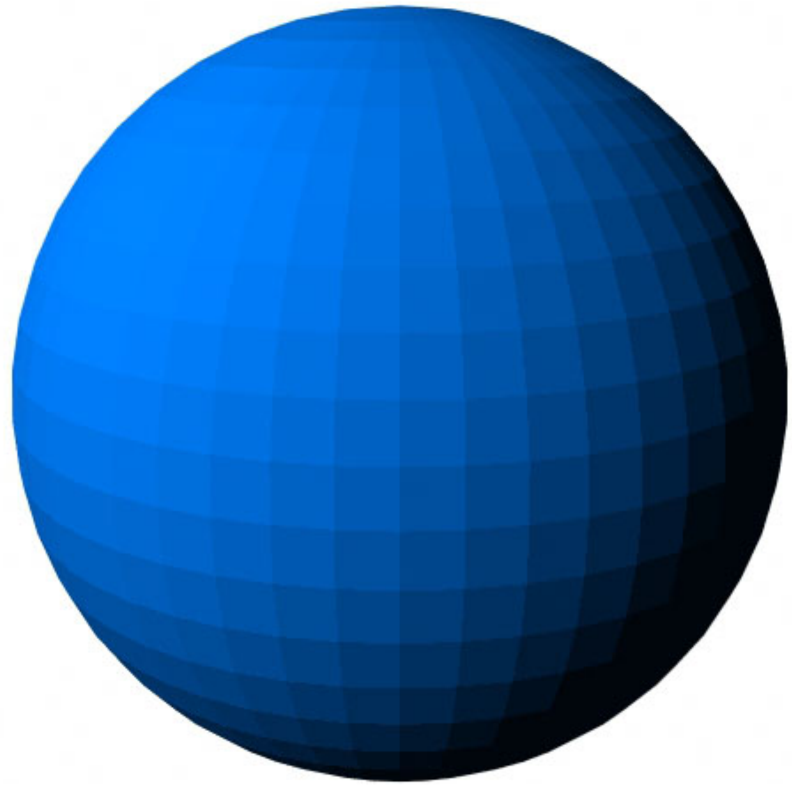
点・稜線（線分）・面（多角形）
境界表現の
形状要素
曲面
多面体近似
精度を上げようとすると
データ量が多くなる
少ない量の多角形で
曲面らしく見せる
そのまま
（形状要素に曲面を追加）
取り扱いが難しい
「線形補間」をもとにした
高速化技法を適用しにくい

多面体近似

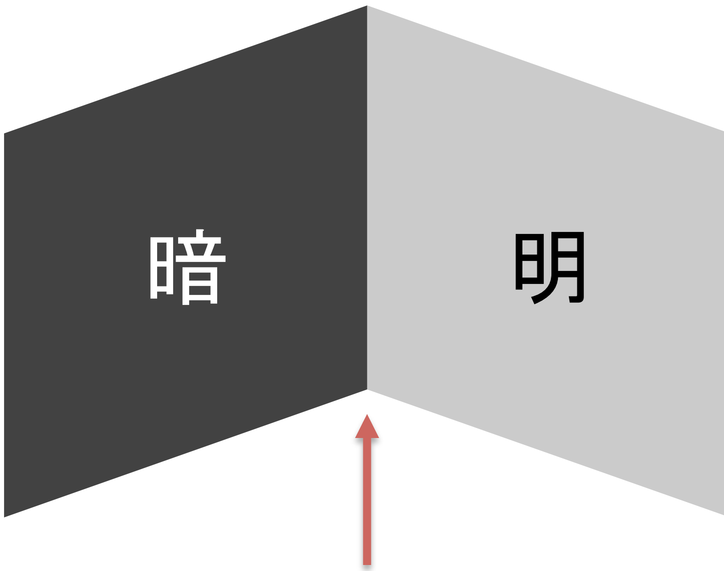
面の数が少ないとき



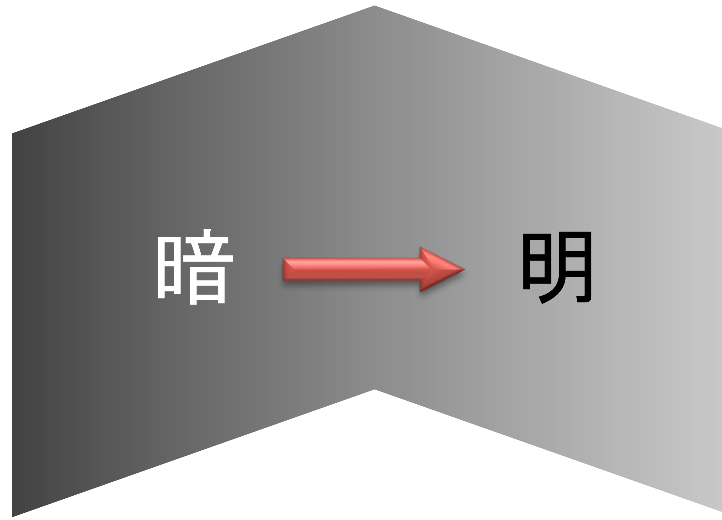
面の数を多くしたとき



マッハ効果の低減



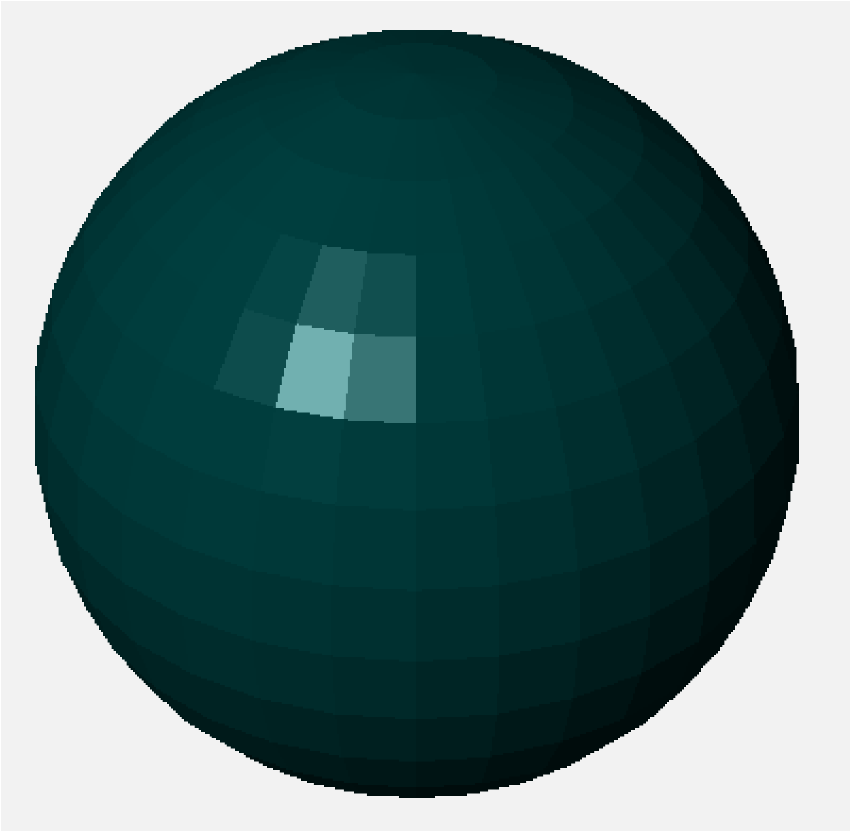
境界が目立つ
（マッハ効果）



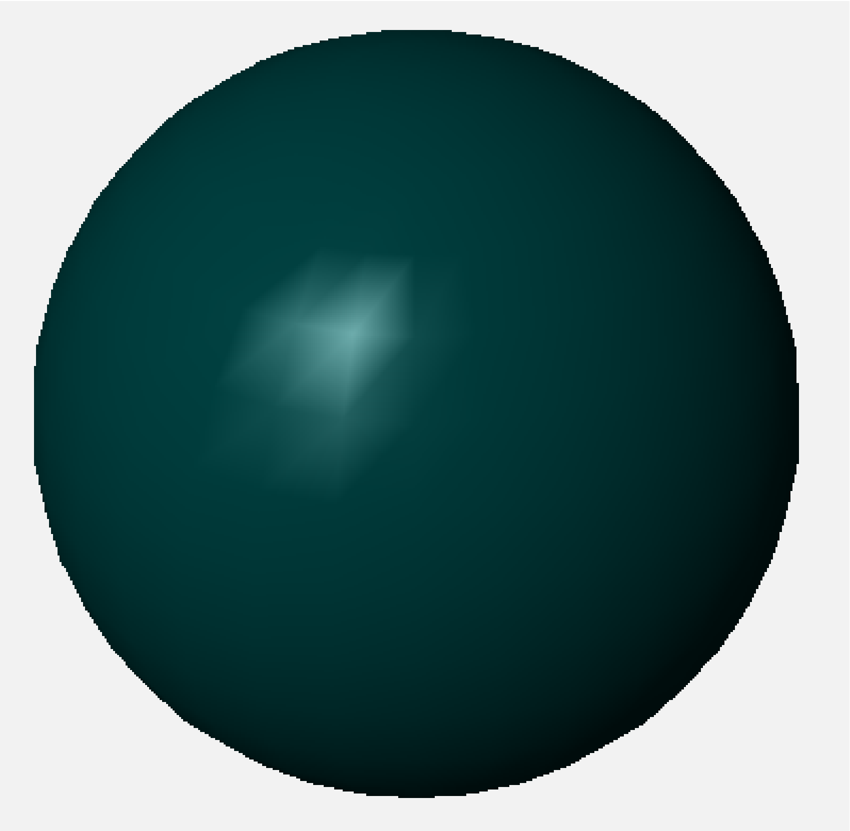
形が多面体でも
陰影を連続的に変化すれば
曲面らしく見える

陰影を連続的に変化させたとき

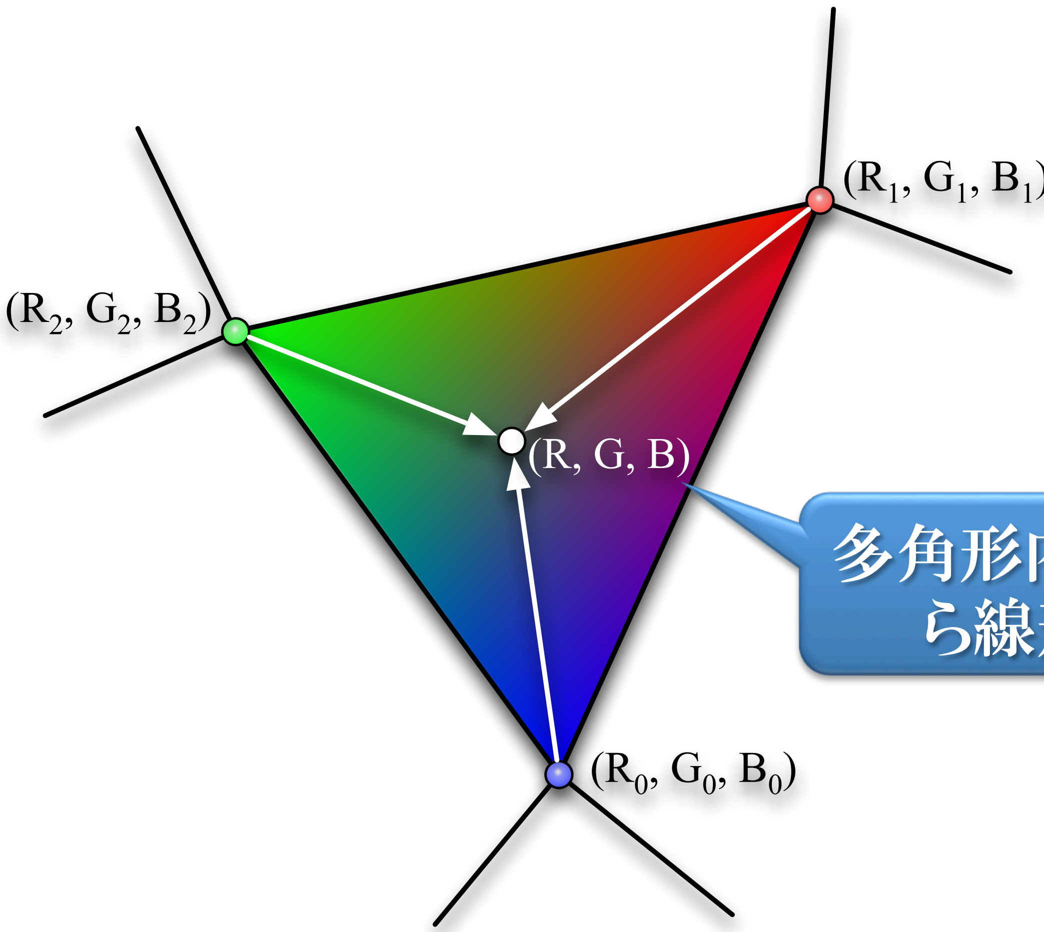
陰影の変化が段階的のとき



陰影の変化が連続的のとき

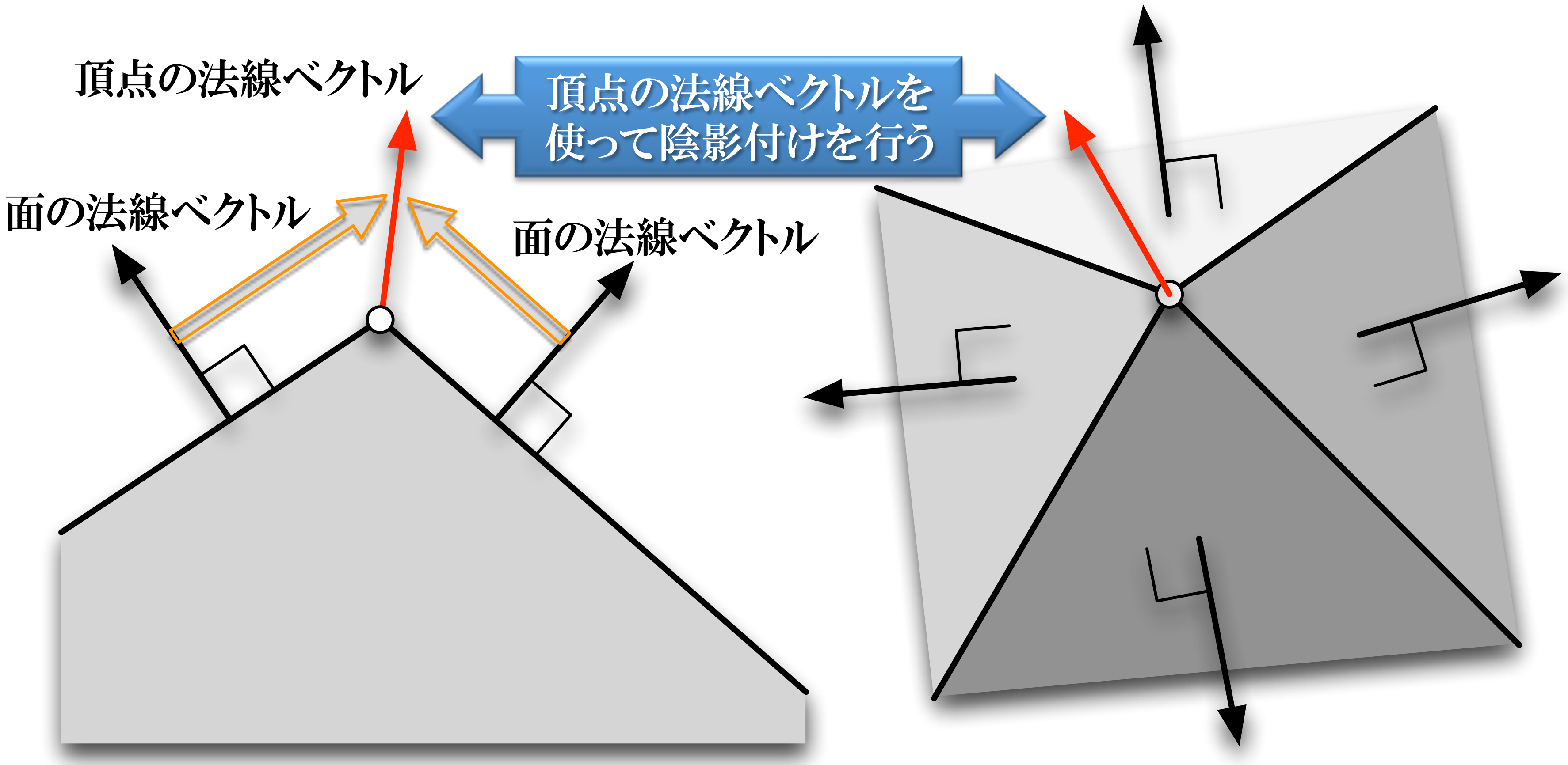


頂点色の補間（Gouraud Shading）



多角形内部の色を頂点の色から線形補間により求める

頂点色の決定



頂点を共有するすべての法線ベクトルを合成して頂点の法線ベクトルを求める

頂点の法線ベクトルの算出

全ての面について

法線ベクトルを求める

↓

全ての頂点について

法線ベクトルを0にする

↓

全ての面について

面の法線ベクトルをその面を構成する個々の頂点ベクトルに加算する

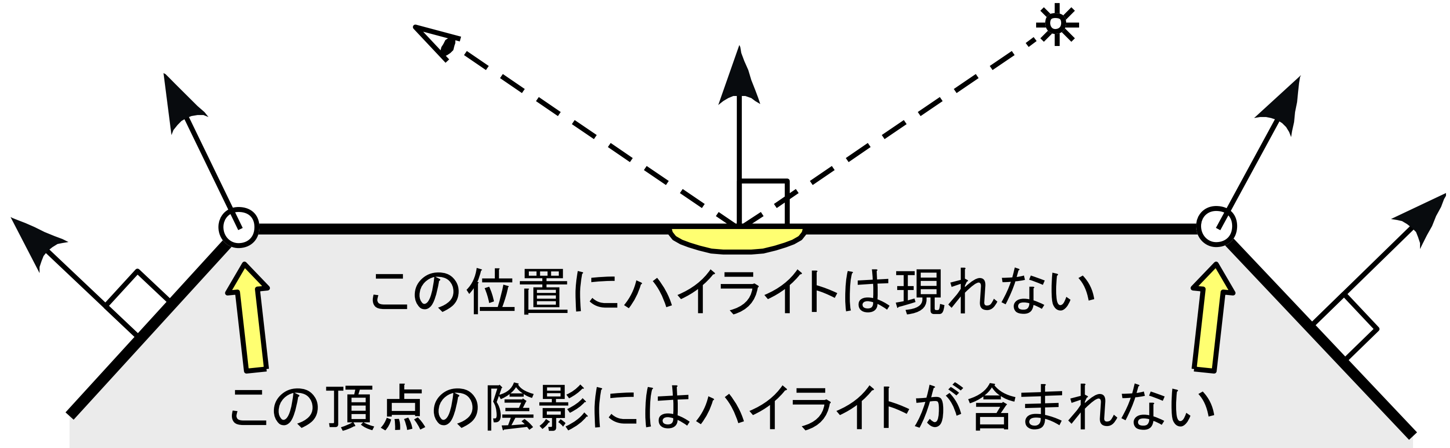
↓

全ての頂点について

法線ベクトルを正規化する

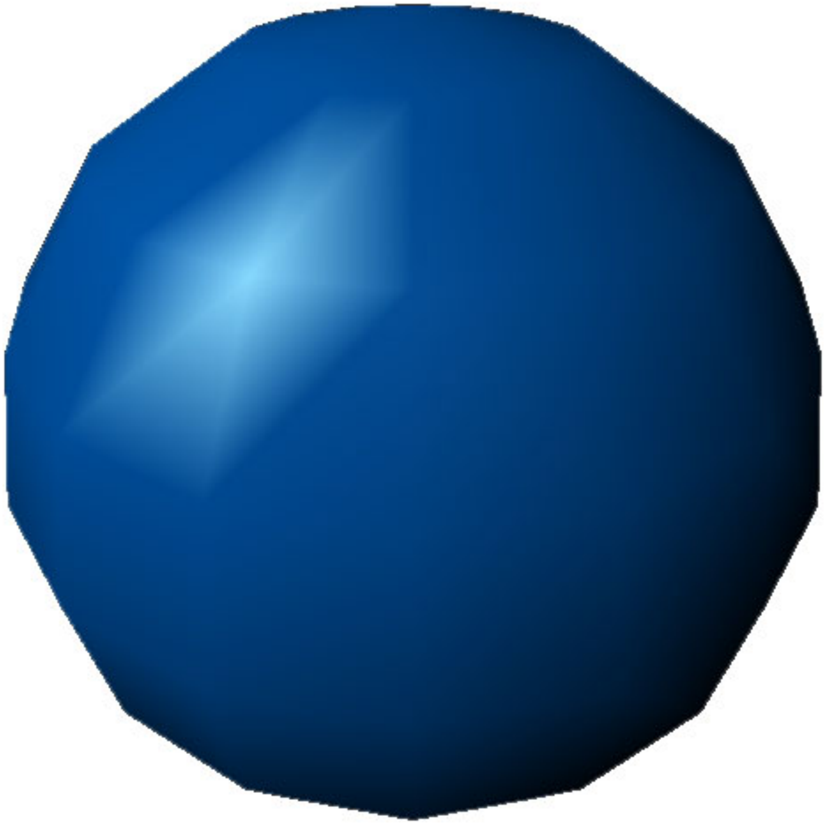
色を補間する場合の問題点

- ハイライトが消失してしまう場合がある
- 物体と背景との境界部分に物体の背面の色がにじみ出る場合がある
- マッハ効果が完全に解消されない場合がある

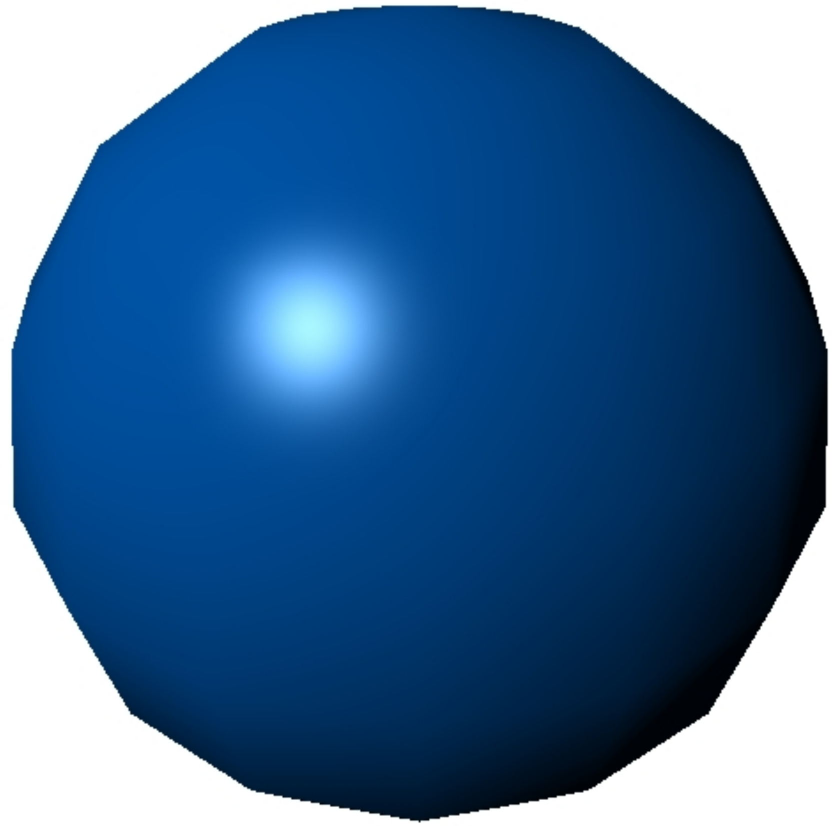


マッハ効果が解消されない場合

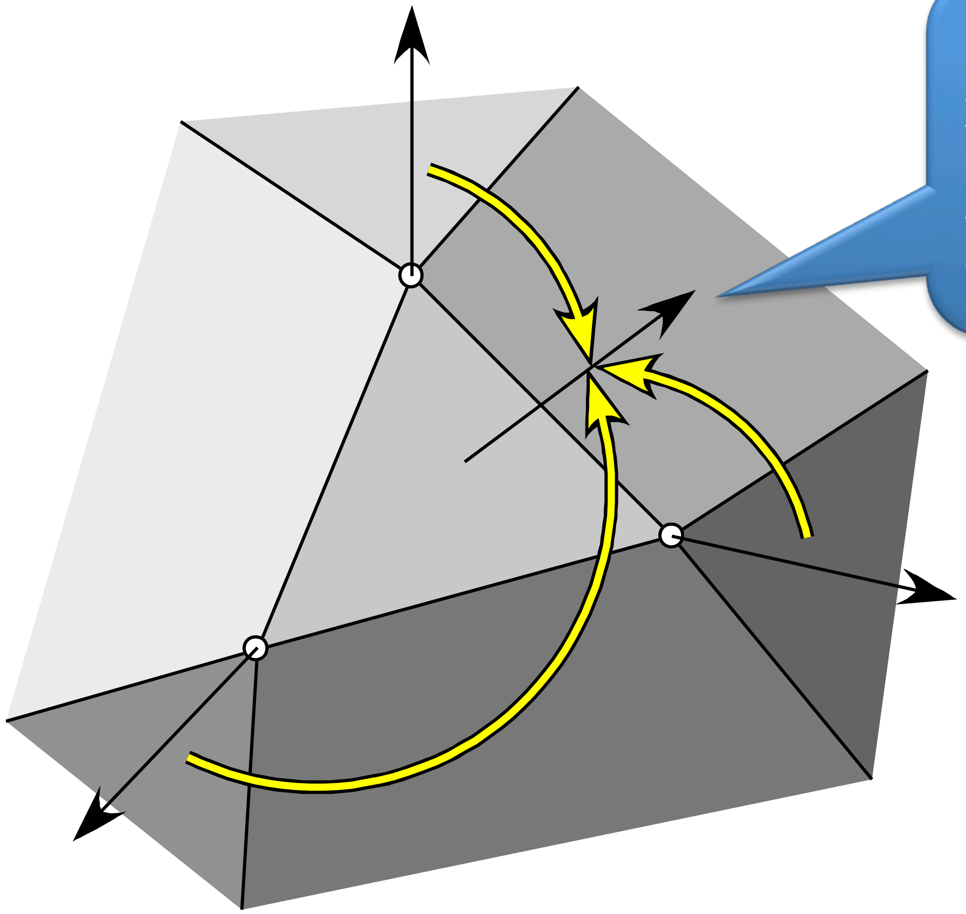
完全に解消されていない例



期待する結果



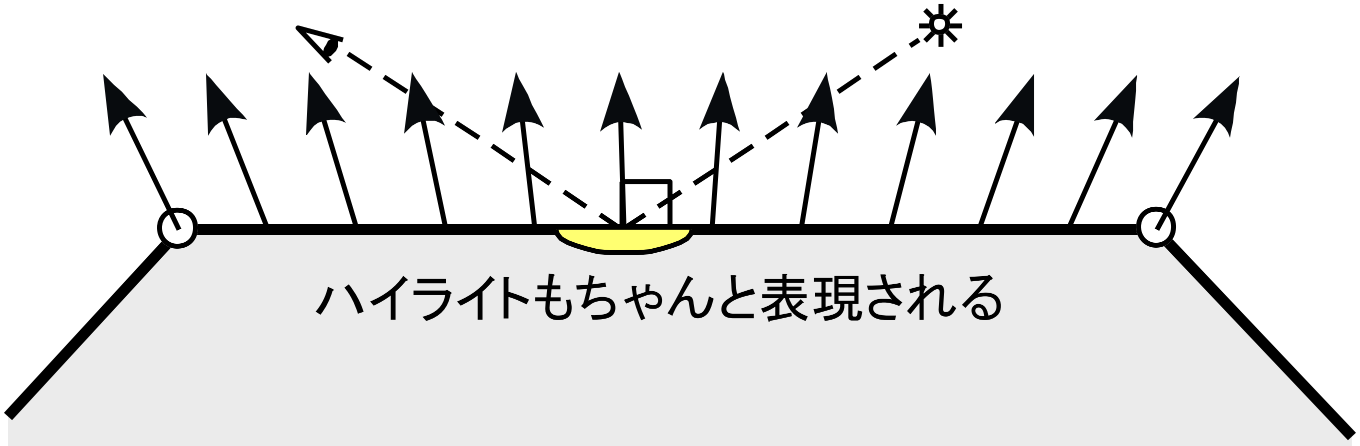
法線の補間（Phong Shading）



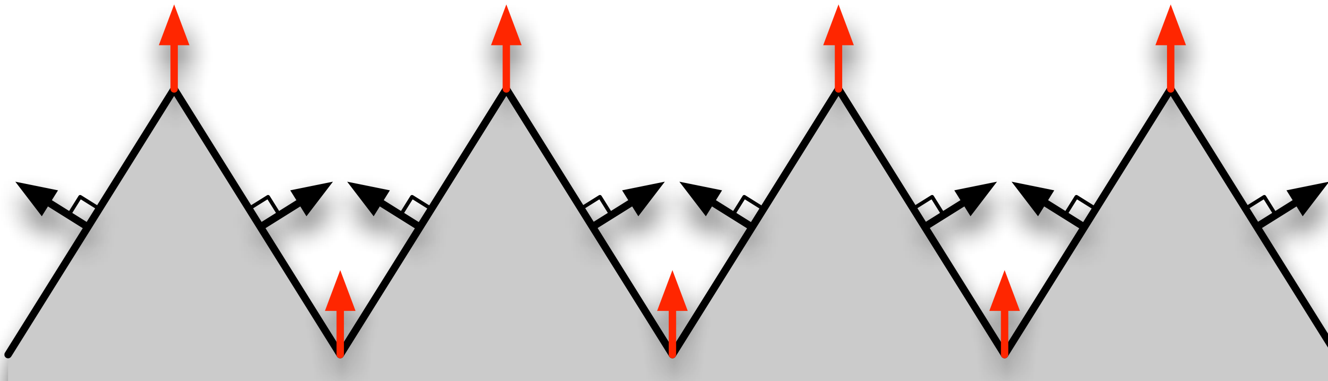
頂点の法線ベクトルを線形補間して面内の法線ベクトルを求め，それを使って画素ごとに陰影付けを行う

フォンの方法の特徴

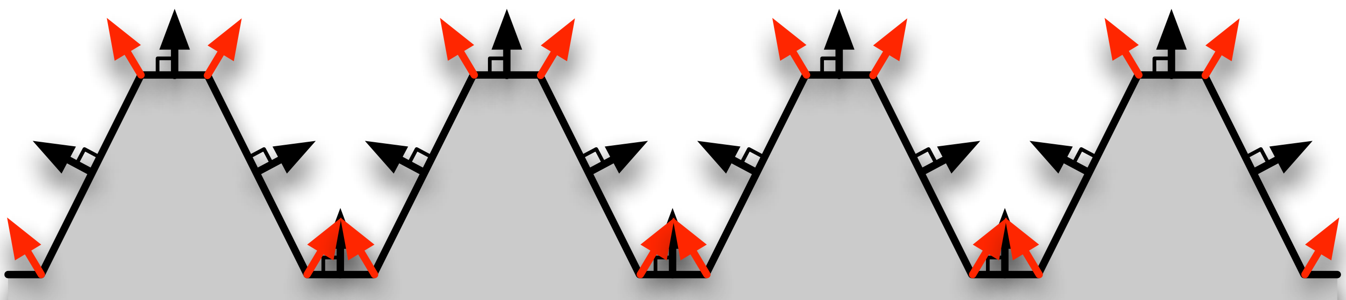
- グーローの方法における問題点は解消される
- 計算時間がかかる
  - 鏡面反射成分をテクスチャとしてマッピングする
  - GPUの画素ごとの陰影計算機能を用いる



スムーズシェーディングできない形状

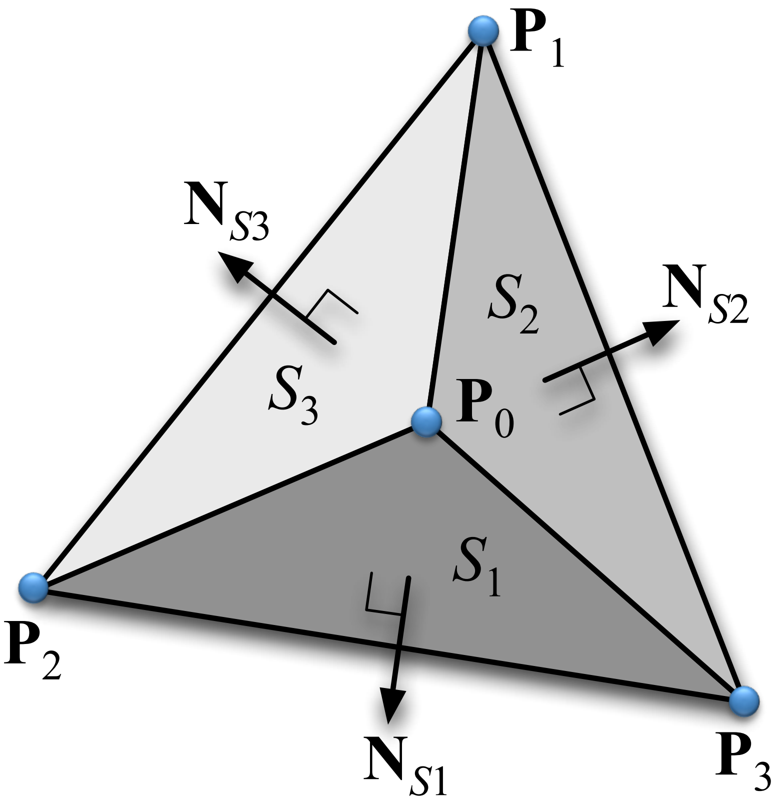


頂点の法線が同じ方向を向いてしまうために陰影が変化しない



この形状なら波状の陰影が付く

頂点を共有するデータ構造



頂点データ

頂点	頂点法線
$\mathbf{P}_0$	$\mathbf{N}_{P0}$
$\mathbf{P}_1$	$\mathbf{N}_{P1}$
$\mathbf{P}_2$	$\mathbf{N}_{P2}$
$\mathbf{P}_3$	$\mathbf{N}_{P3}$

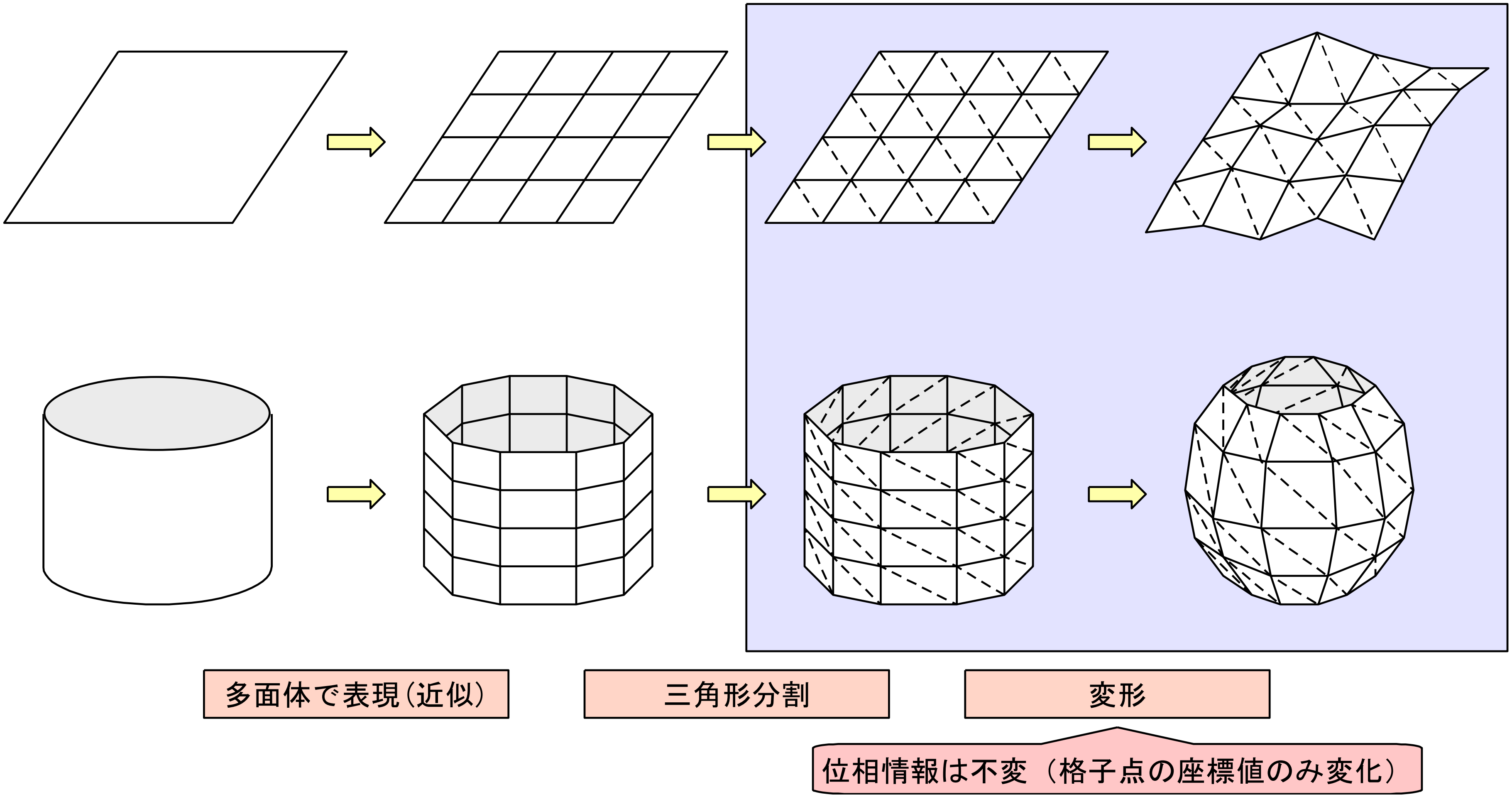
加算

面データ（頂点リスト形式）

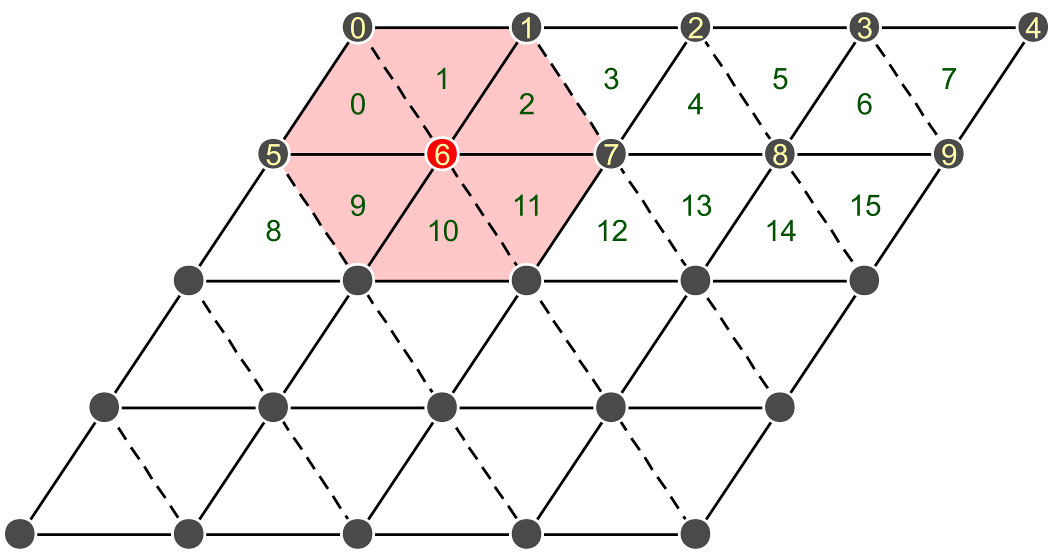
面	頂点			面法線
S_1	$\mathbf{P}_0$	$\mathbf{P}_2$	$\mathbf{P}_3$	$\mathbf{N}_{S1}$
S_2	$\mathbf{P}_0$	$\mathbf{P}_3$	$\mathbf{P}_1$	$\mathbf{N}_{S2}$
S_3	$\mathbf{P}_0$	$\mathbf{P}_1$	$\mathbf{P}_2$	$\mathbf{N}_{S3}$

共有する頂点

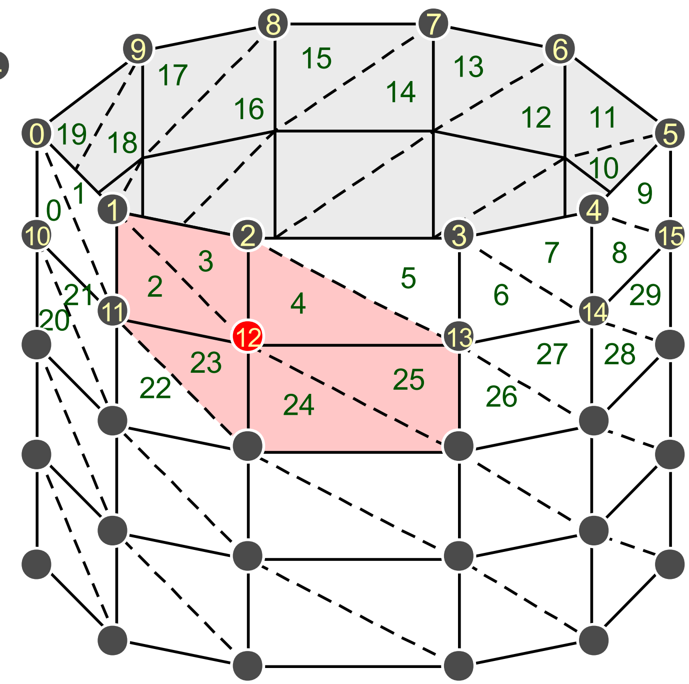
メッシュ(網)の変形による形状表現



頂点番号と面番号



0 1 2 3 4
1 3 5 7
0 2 4 6
5 6 7 8 9
9 11 13 15
8 10 12 14



8 7
9 6
15 13
17 14
16 12 11
0 19 18 5
10 9
0 1
1 4
2 3
10 15
3 7 8
2 5
4 6 29
21
11 14
20
12 13
23 27 28
22 25 26
24

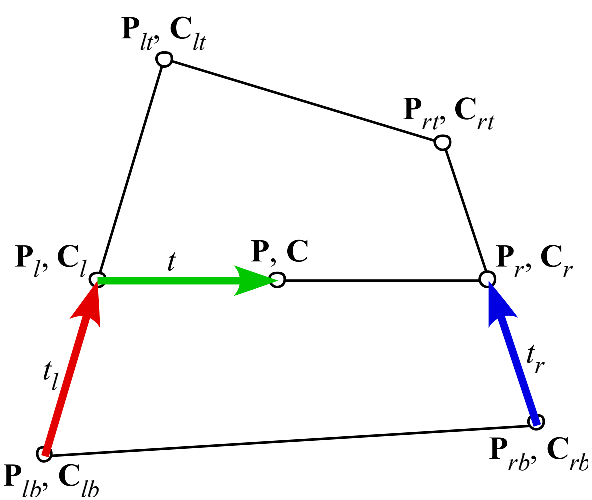
補間方法

- バイリニア補間
- 斜交座標による補間
- 面積座標による補間

ほぼ同じ

バイリニア補間

- 二段階の線形補間を行う
  - 頂点の色または法線を稜線上で線形補間する
  - その後，水平線上で線形補間する
- この補間は増分計算により行うことができる



$$\mathbf{P}_{lt}=\left(x_{lt},y_{lt}\right),\ \mathbf{P}_{rt}=\left(x_{rt},y_{rt}\right),\ \mathbf{P}_{lb}=\left(x_{lb},y_{lb}\right),\ \mathbf{P}_{lb}=\left(x_{lb},y_{lb}\right)$$

$$\mathbf{P}_{l}=\left(x_{l},y\right),\ \mathbf{P}_{r}=\left(x_{r},y\right),\ \mathbf{P}=\left(x,y\right)$$

$$t_l=\frac{y-y_{lb}}{y_{lt}-y_{lb}},\ \mathbf{C}_l=\mathbf{C}_{lb}\left(1-t_l\right)+\mathbf{C}_{lt}t_l$$

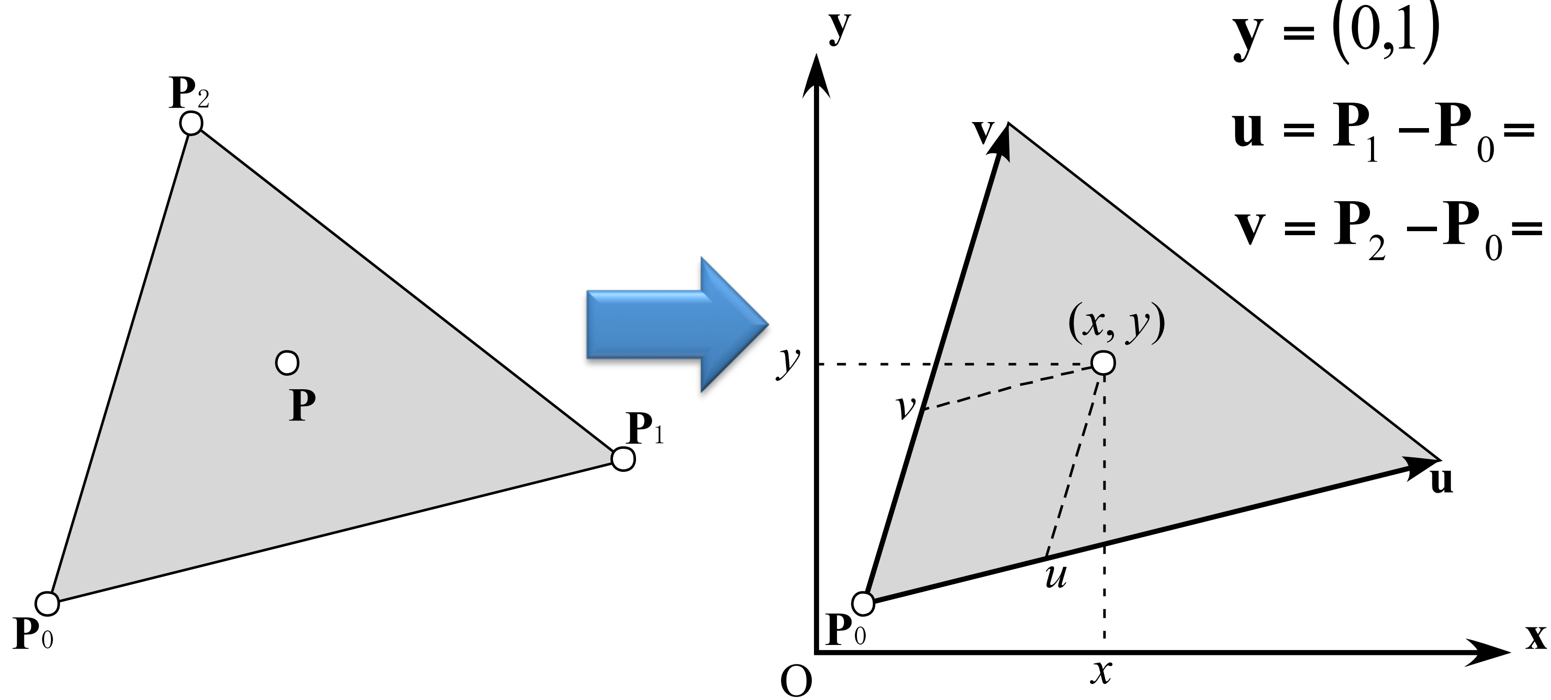
$$t_r=\frac{y-y_{rb}}{y_{rt}-y_{rb}},\ \mathbf{C}_r=\mathbf{C}_{rb}\left(1-t_r\right)+\mathbf{C}_{bt}t_r$$

$$t=\frac{x-x_l}{x_r-x_l},\ \mathbf{C}=\mathbf{C}_l\left(1-t\right)+\mathbf{C}_r t$$

斜交座標系への変換

- **P** の **u**, **v** を軸とする座標系における位置 (u, v) を求める

$$\mathbf{x} = (1,0)$$
$$\mathbf{y} = (0,1)$$
$$\mathbf{u} = \mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0 = (x_u, y_u)$$
$$\mathbf{v} = \mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_0 = (x_v, y_v)$$



u, v の算出と補間

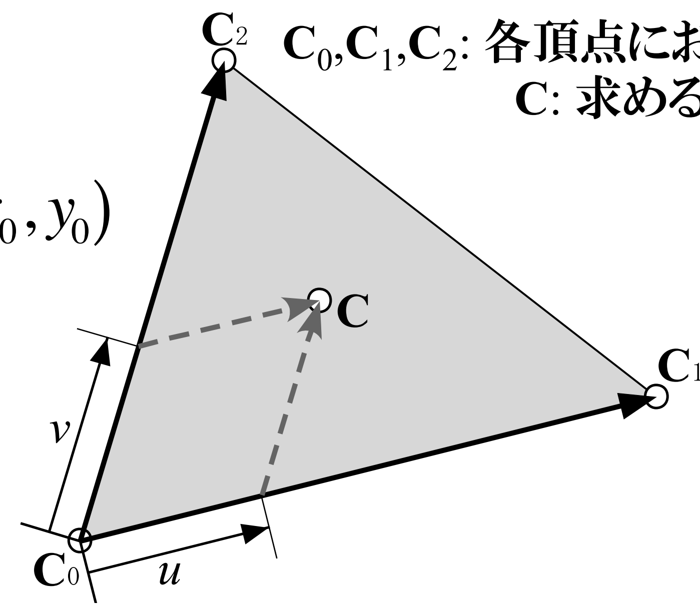
- (u, v) を使って $\mathbf{C}_0, \mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2$ を補間し, $\mathbf{C}$ を求める

$$
\begin{aligned}
x\mathbf{x} + y\mathbf{y} + \mathbf{O} &= u\mathbf{u} + v\mathbf{v} + \mathbf{P}_0 \\
&= x(1,0) + y(0,1) \\
&= u(x_u, y_u) + v(x_v, y_v) + (x_0, y_0)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{cases}
x = u\,x_u + v\,x_v + x_0 \\
y = u\,y_u + v\,y_v + y_0
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
u = \dfrac{(x - x_0)\,y_v - (y - y_0)\,x_v}{x_u y_v - x_v y_u} \\[2ex]
v = \dfrac{(y - y_0)\,x_u - (x - x_0)\,y_u}{x_u y_v - x_v y_u}
\end{cases}
$$

$\mathbf{C}_0, \mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2$: 各頂点における色
$\mathbf{C}$: 求める点の色

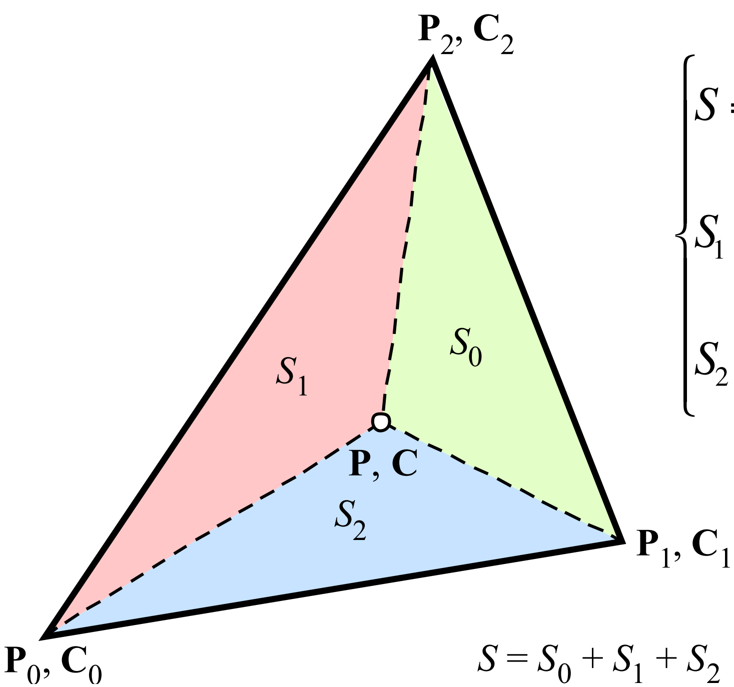


$$
\begin{aligned}
\mathbf{C} &= (\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0)u + (\mathbf{C}_2 - \mathbf{C}_0)v + \mathbf{C}_0 \\
&= (1 - u - v)\mathbf{C}_0 + u\mathbf{C}_1 + v\mathbf{C}_2
\end{aligned}
$$

面積座標による補間

- 三角形を点 P で三つの三角形に分け，それらの面積比により補間する

$$\mathbf{P}_0 = (x_0, y_0), \mathbf{P}_1 = (x_1, y_1), \mathbf{P}_2 = (x_2, y_2), \mathbf{P} = (x, y)$$



$$S = S_0 + S_1 + S_2$$

$$\begin{cases} S = \dfrac{1}{2}\{(x_1 - x_0)(y_2 - y_0) - (y_1 - y_0)(x_2 - x_0)\} \\ S_1 = \dfrac{1}{2}\{(x_2 - x)(y_0 - y) - (y_2 - y)(x_0 - x)\} \\ S_2 = \dfrac{1}{2}\{(x_0 - x)(y_1 - y) - (y_0 - y)(x_1 - x)\} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = \dfrac{S_1}{S} \\ v = \dfrac{S_2}{S} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= (\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0)u + (\mathbf{C}_2 - \mathbf{C}_0)v + \mathbf{C}_0 \\ &= (1 - u - v)\mathbf{C}_0 + u\mathbf{C}_1 + v\mathbf{C}_2 \end{aligned}$$

おわり