コンピュータグラフィックス

第1回：概要説明

この講義の目的

- 3次元コンピュータグラフィックス (3DCG) の技術的基礎について学ぶ
- 目標
  - Maya などの CGソフト や ゲームソフト がどうやって映像を作っているのか理解する
    - CGソフトを使いこなすのに必要な用語や概念を知る
    - CGソフトやゲームソフトを作るための基礎知識と基本的なグラフィックスプログラミング技法を習得する
  - プログラムを書く宿題を14個くらい出す予定

この講義の裏の目的

- 自分でプログラムが書けるようになる
  - プログラミングの感覚が身についてないと作れない
  - この講義で話す内容は実際にそういう仕事に就かない限り使うところはあまりない
  - 理論（頭で考えたこと）を実装（プログラミング）する訓練の教材としてCGを題材にする
  - 講義はCGの理論が中心ですが宿題とテストはプログラミング
- プログラムが書けないと単位が出ません

成績評価

- 講義中に出す課題：　1点×15回＝15点
- 宿題：　3点×14回×15／14＝45点
  - 提出せず：　0点
  - 期限遅れ：　1点
  - 期限内に提出：　2点
  - 指示通り動作：　3点
- 期末テスト：　40点
- 合計：　100点

授業日程

	授業日	曜日	時限	教室	本来の授業日
第1回	10月3日	木	3	A104	
第2回	10月10日	木	3	A104	
第3回	10月17日	木	3	A104	
第4回	10月24日	木	3	A104	
第5回	10月28日	月	1	A104	10月31日
第6回	11月7日	木	3	A104	
第7回	11月14日	木	3	A104	
第8回	11月21日	木	3	A104	
第9回	11月28日	木	3	A104	
第10回	12月5日	木	3	A104	
第11回	12月12日	木	3	A104	
第12回	12月19日	木	3	A104	
第13回	12月26日	木	3	A104	
第14回	1月9日	木	3	A104	
第15回	1月23日	木	3	A104	
試験	2月6日	木	3	（未定）	

CG技術とはどういうものか

はじめに

コンピュータで絵を描くということ

- 画像や図形のコンピュータ処理
  - 絵の具・カンバスなどの画材に相当するものは何か
  - カメラ・照明などの道具はどうやって用意するのか
  - 被写体や撮影空間はどのように表現するか
- コンピュータで映像を生成するには
  - 形や色，動きなどをデータとして表現する
  - 見え方や描き方をプログラムで再現する
- モデル化

モデル化

- コンピュータにできること
  - 扱えるものは「数値」「記号」
  - できることは「計算」「判断」「記憶」
- 対象をコンピュータで扱える形に置き換える
  - 数値で表す
  - 数式で表す
  - 手順で表す

2DCGと3DCG

- 2D (2次元) CG
  - 図形や画像を表現する空間が2次元
  - 絵の具や絵筆, 紙のモデル化
  - 作画法のモデル化
- 3DCG
  - 図形や画像を表現する空間が3次元
  - 撮像系(カメラ)のモデル化
  - 物の形や色をモデル化
  - 光源のモデル化

コンピュータ内に
仮想的な3次元世界を
構築する

3DCGの要素

- モデリング
  - 形や材質特性などの情報をモデル化する
- レンダリング
  - モデル化された情報から映像を生成する

モデリング

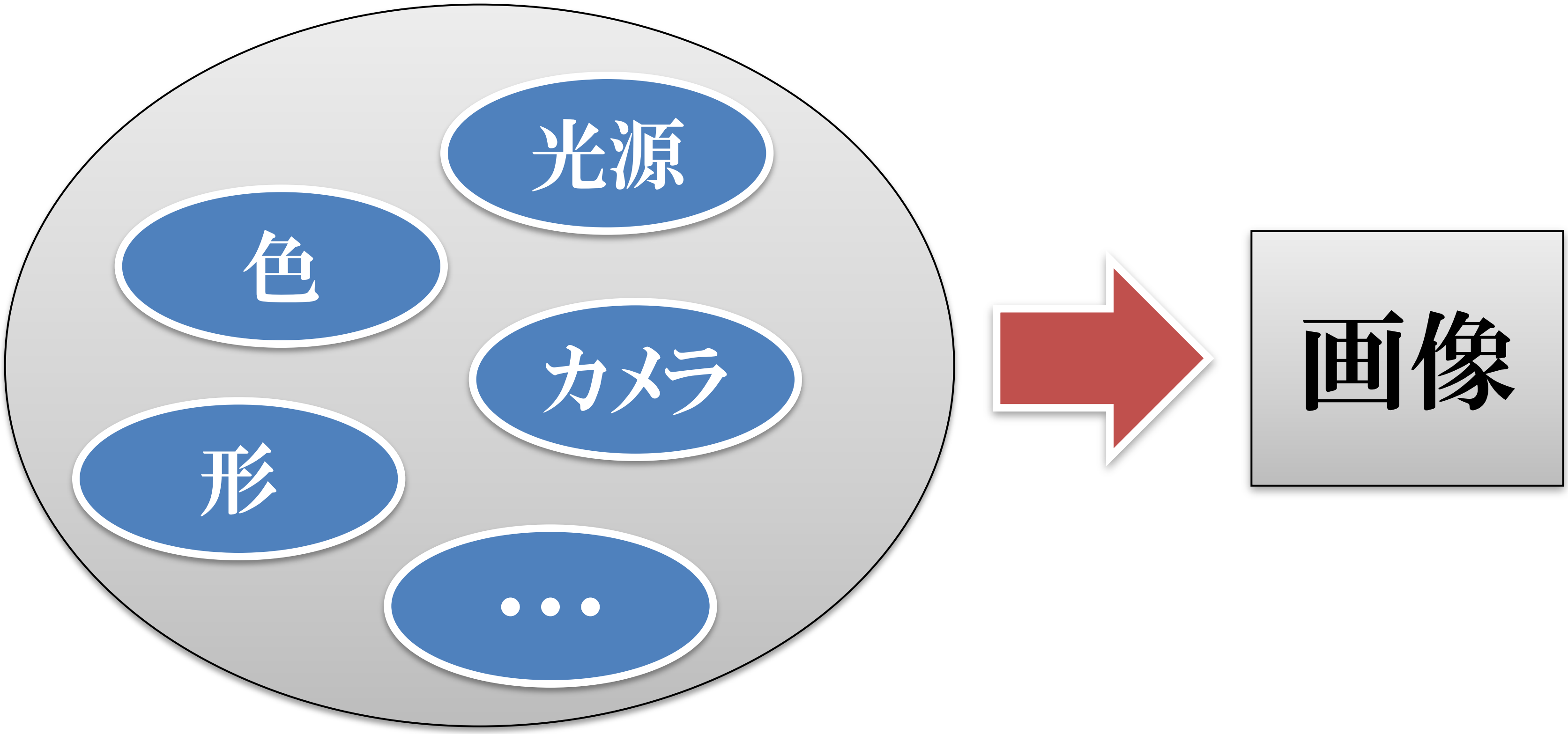
形

- 頂点の位置
- 頂点の接続関係
- ・・・

色

- 反射係数
- 光沢
- ・・・

レンダリング

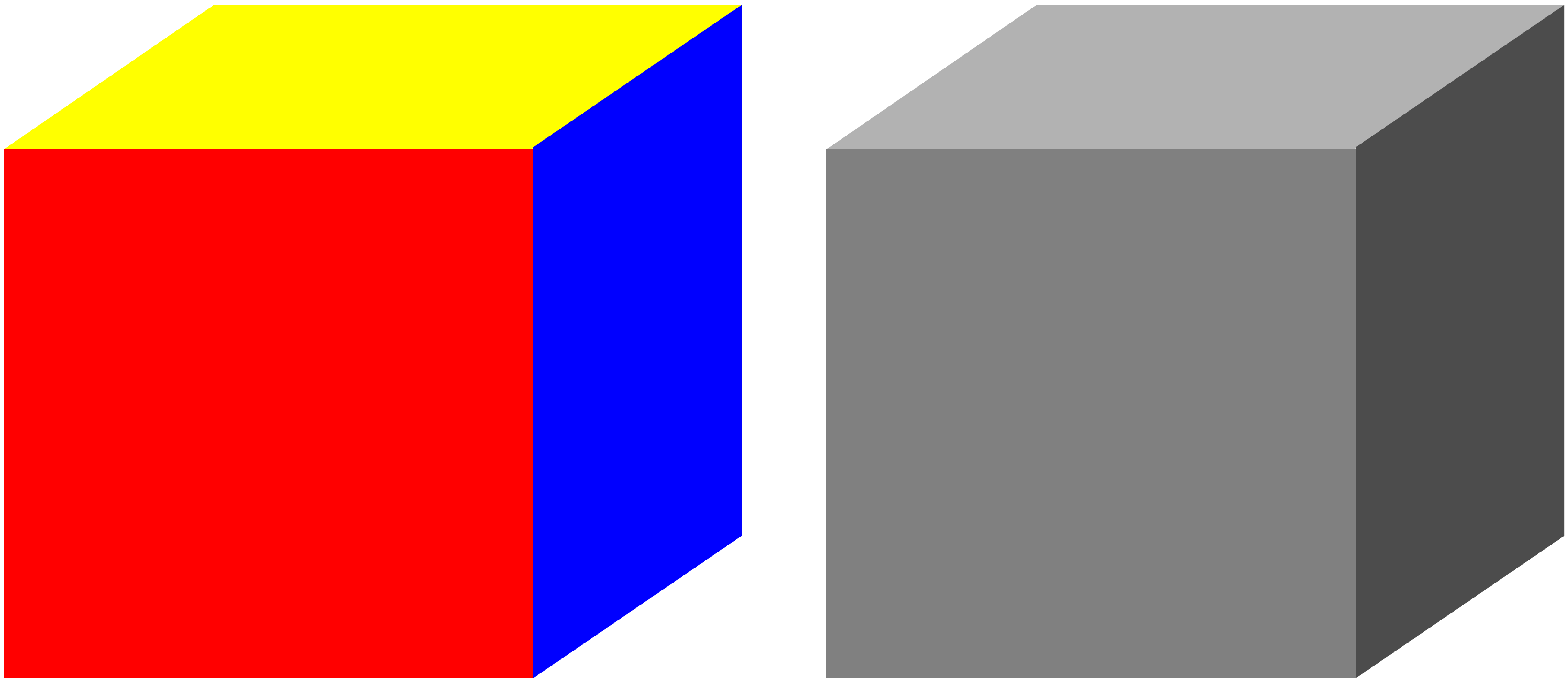


コンピュータ内の仮想的な世界

レンダリングの二つの方向

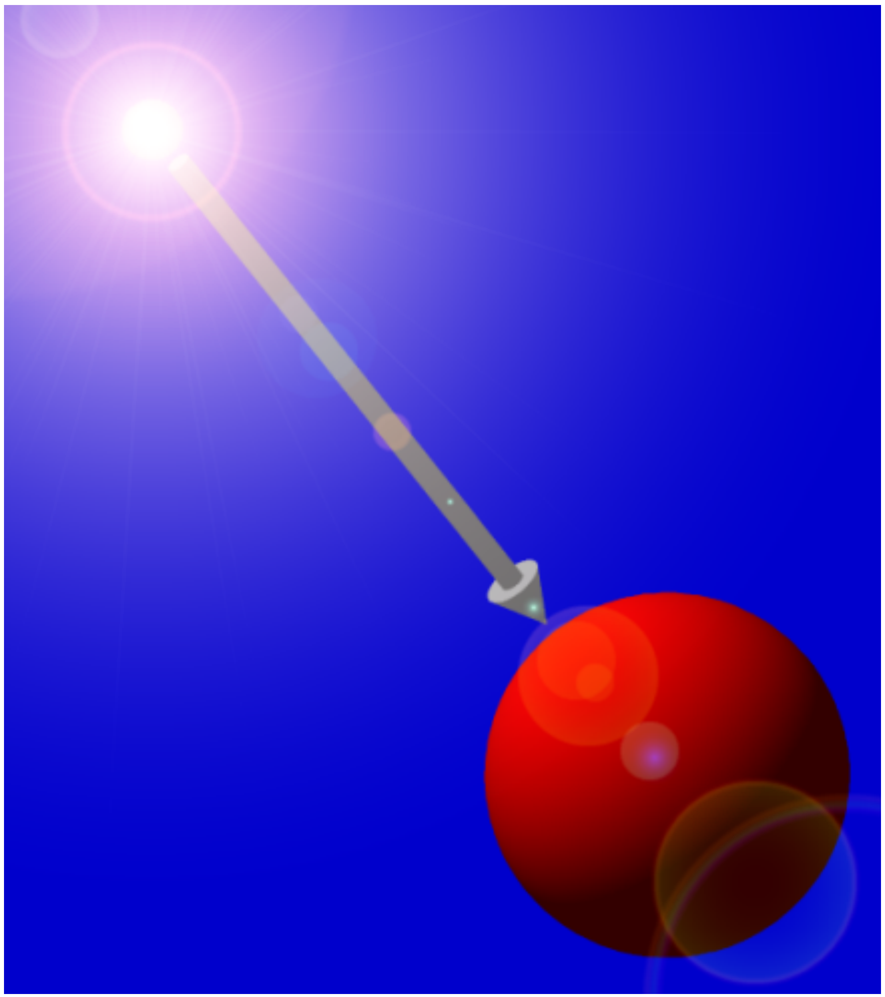
- リアルな映像を作成する
  - 映画などではあらかじめ映像を生成しておく
    - プリレンダリング
- リアルタイムに映像を作成する
  - ゲームなどではその場で映像を生成する
    - リアルタイムレンダリング

リアルさ



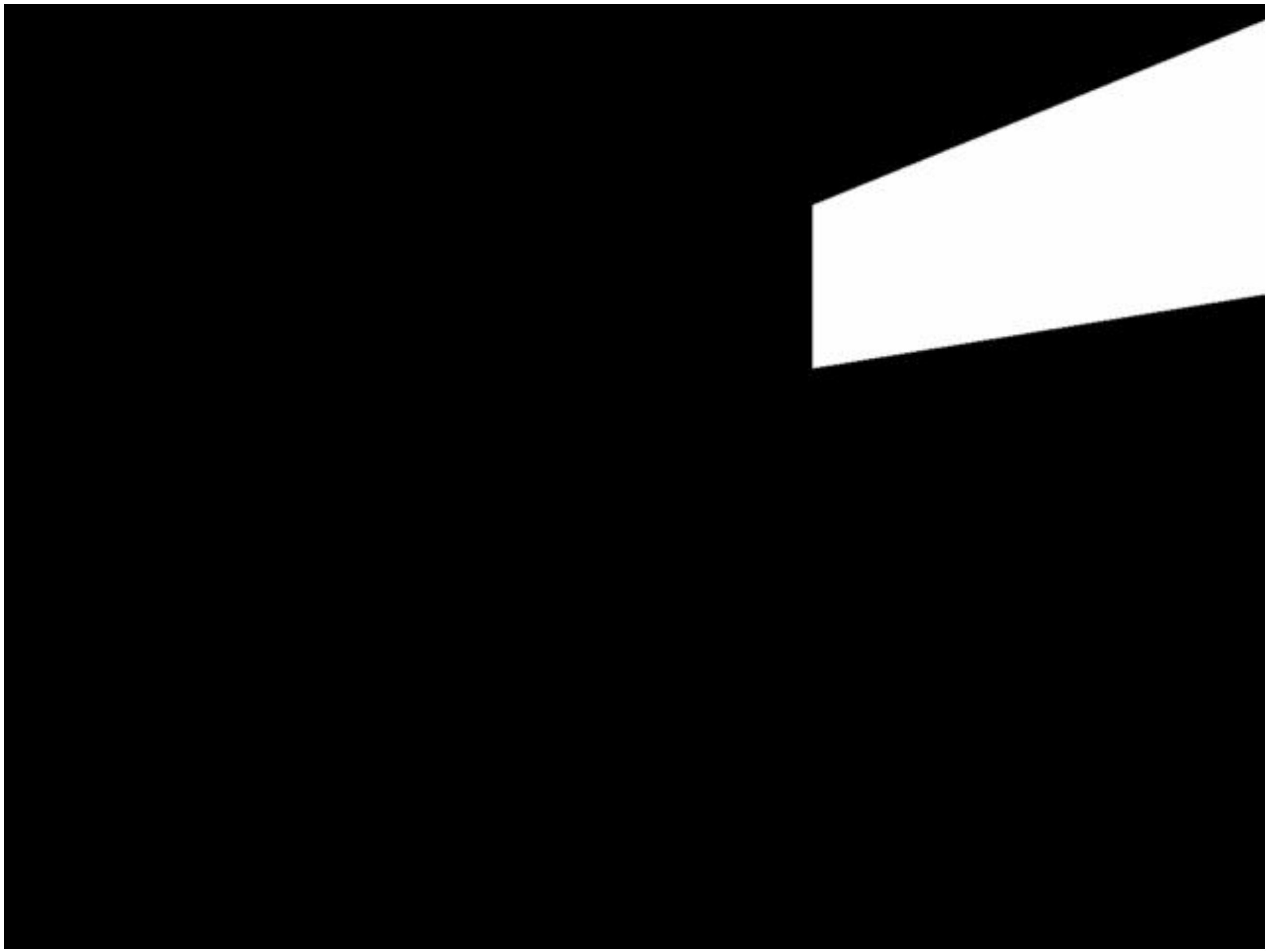
どっちが「リアル」？

照明と陰影

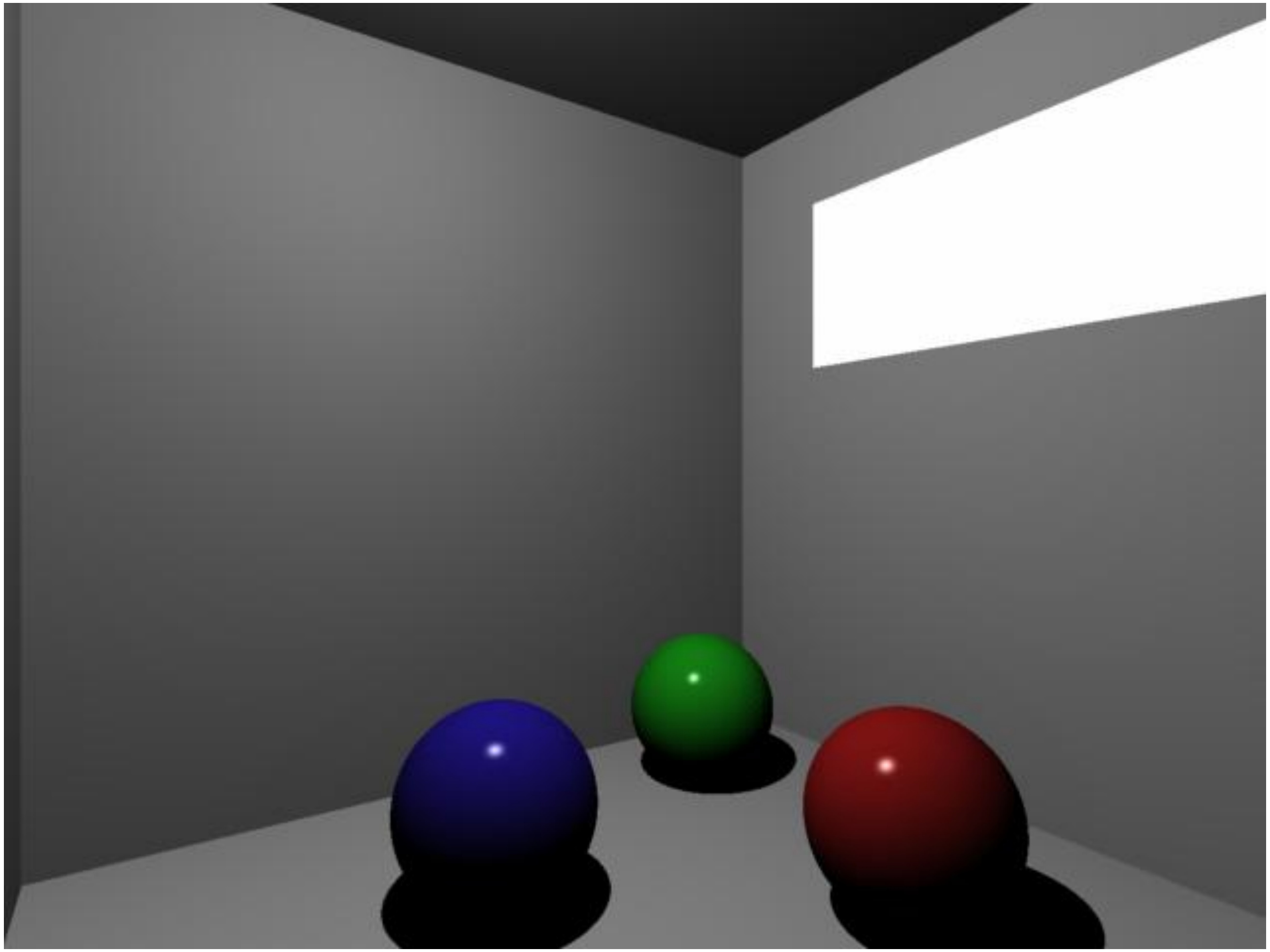


- 照明によってモノが見える
  - モノの「色」は反射光
- 陰影により形が認識できる
  - 入射光の方向によって反射光強度が変化する

光源が無ければ色は見えない



光源からの光の反射光が見える



リアルな映像を生成する

- 物に光を当てて初めて姿が見える
  - 照明効果は物理現象
    - 照明による陰影がリアルさの基本
- 形のリアルさ，動きのリアルさ
  - いずれも物理的なモデルから再現される
    - モデルを作ってシミュレーションする
- 物理現象の厳密なシミュレーション
  - 非常に時間がかかる
    - レンダリングファームの導入

リアルタイムに映像を生成する

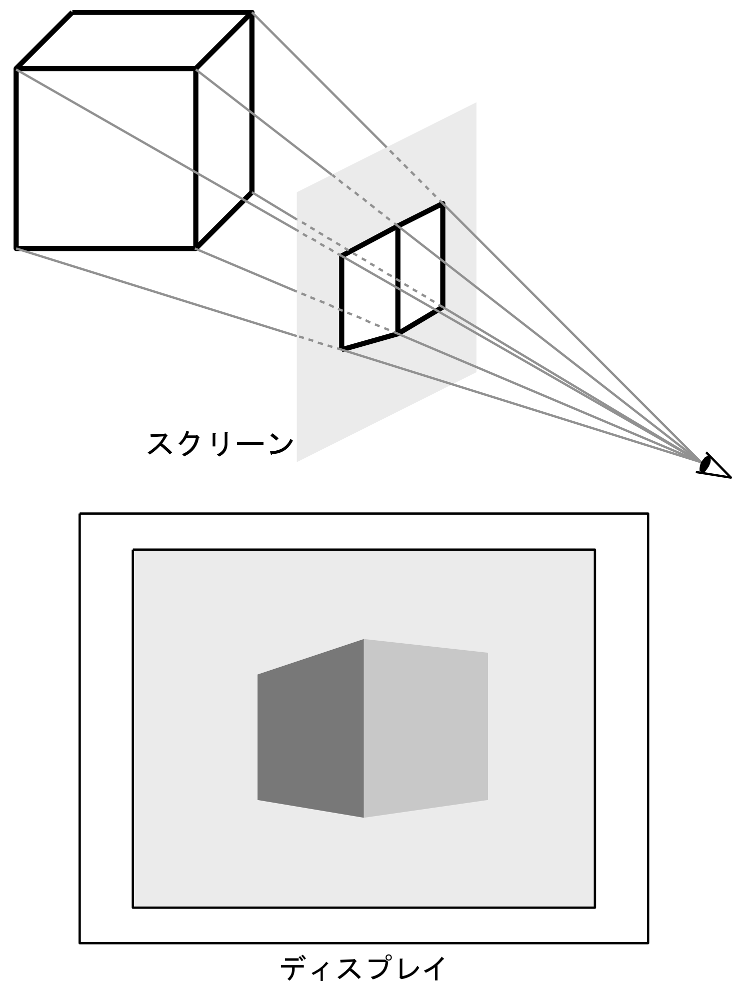
- 制限時間内に描画を完了する
  - 速度重視
    - 見かけのリアルさは二の次
      - ポリゴン（形のデータ）をできるだけ減らすなど
    - シミュレーションは正確さよりも見えの「らしさ」が重要
      - 陰影計算の手を抜くなど
      - テクスチャでごまかす
  - 動きのリアルさは重視される
    - モーションキャプチャシステムによる動きの取得
    - 物理シミュレーション

リアリティとリアルタイム性

- トレードオフが存在する
  - リアリティの追求
  - リアルタイム性の追求
- トレードオフの解消が求められている
  - ゲームのリアリズムの向上
    - 実写のような空間の再現により没入感を高める
  - CGアニメーション映画の制作時間の短縮
    - 制作にかかる時間はそのままコストに跳ね返る

3DCG 画像の生成

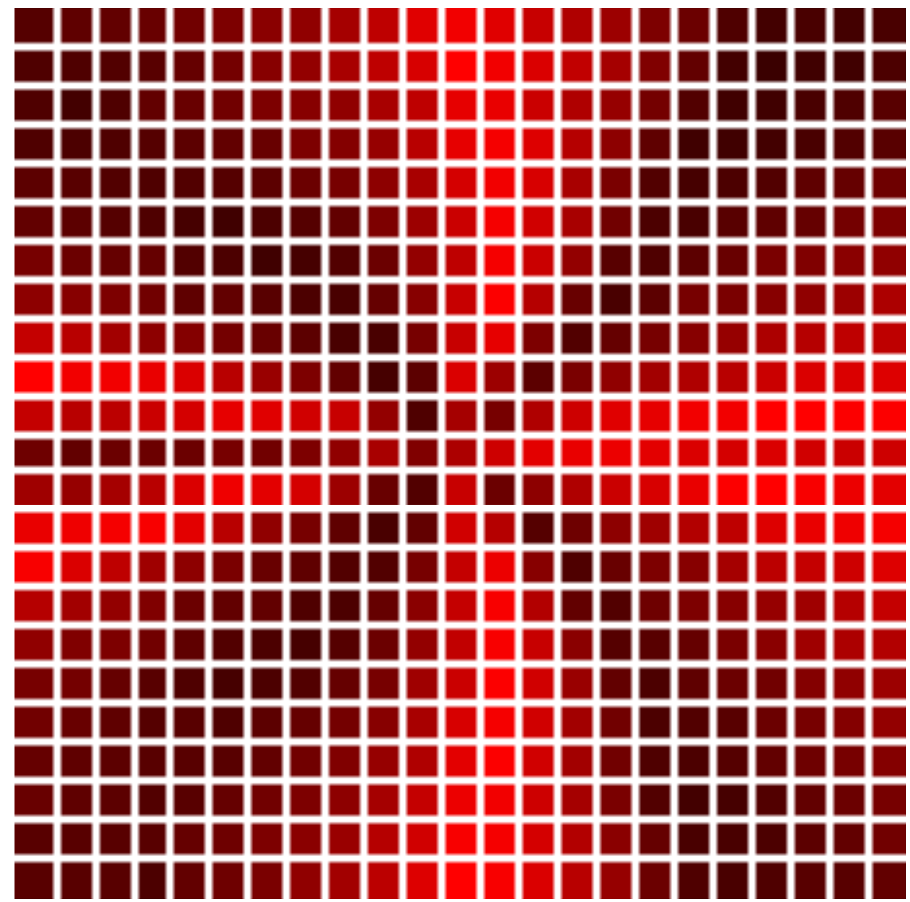
- 3次元形状がスクリーンに映る形（投影像）を求める
- その投影像の各部分のディスプレイ上での色を求める
- ディスプレイ全体について色を決定すれば目的の画像が得られる



デジタル画像

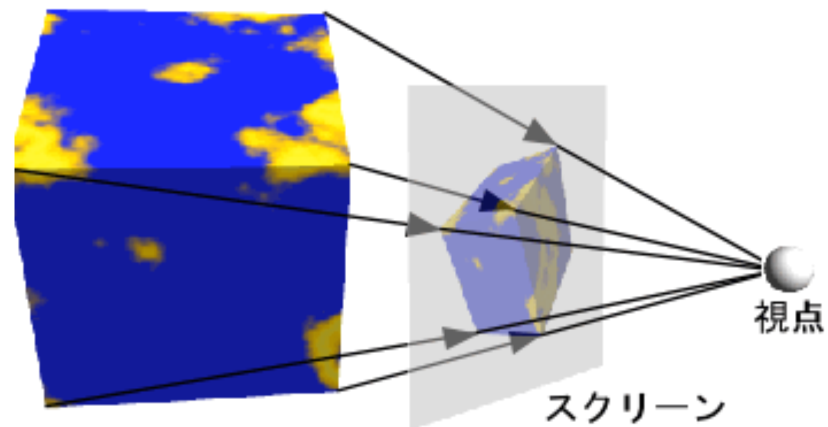
デジタル画像は光の点の集合

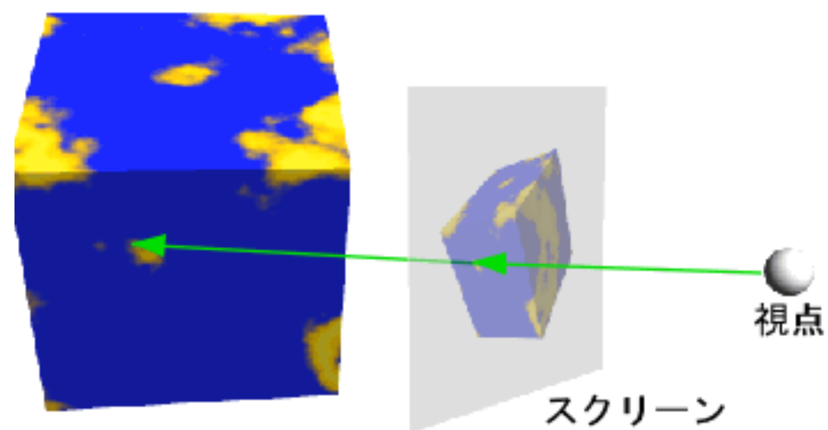
- 一つ一つの点の色を決めることで図形や画像・映像を表現する
- この点を画素(pixel)と言う
- デジタル画像の生成は一つ一つの画素の色を決める作業である



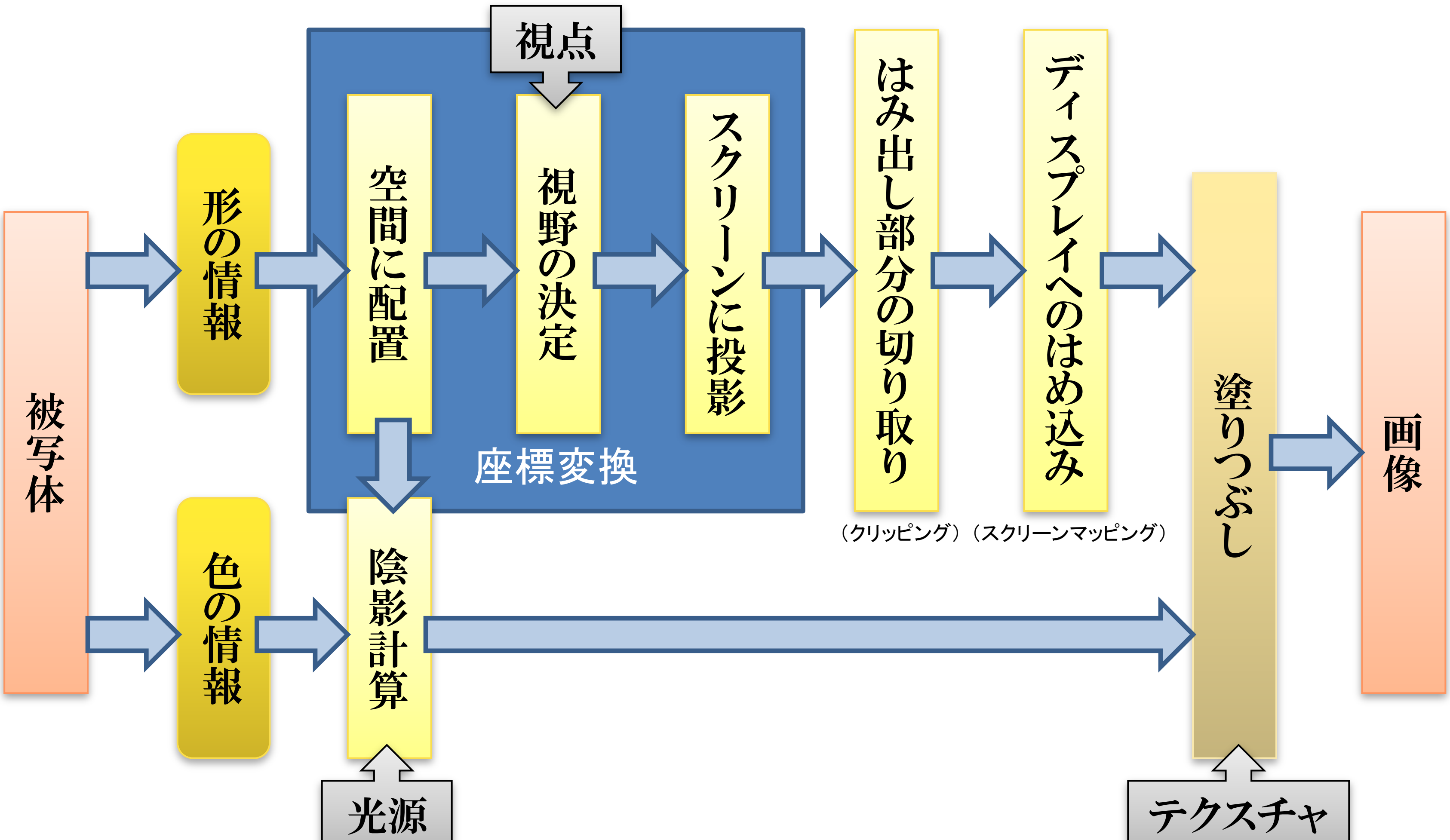
立体図形の投影像を求める方法

- 立体図形の各部分がスクリーン上のどの位置に表示されるか計算する方法
  - 投影方式
    - 主にリアルタイムレンダリングで用いられる
- 視点からスクリーン上のひとつの画素を通して何が見えるか調べる方法
  - サンプリング方式
    - 主にプリレンダリングで用いられる
    - レイトレーシング





3DCG の処理 (投影方式) の流れ



3DCGを理解するための基礎知識

- 数学
  - 線型代数学
  - 解析幾何学
  - 位相幾何学
- 物理
  - 光学
  - 力学
- 最初は高校で習った程度でOK

少しだけ数学のおさらい

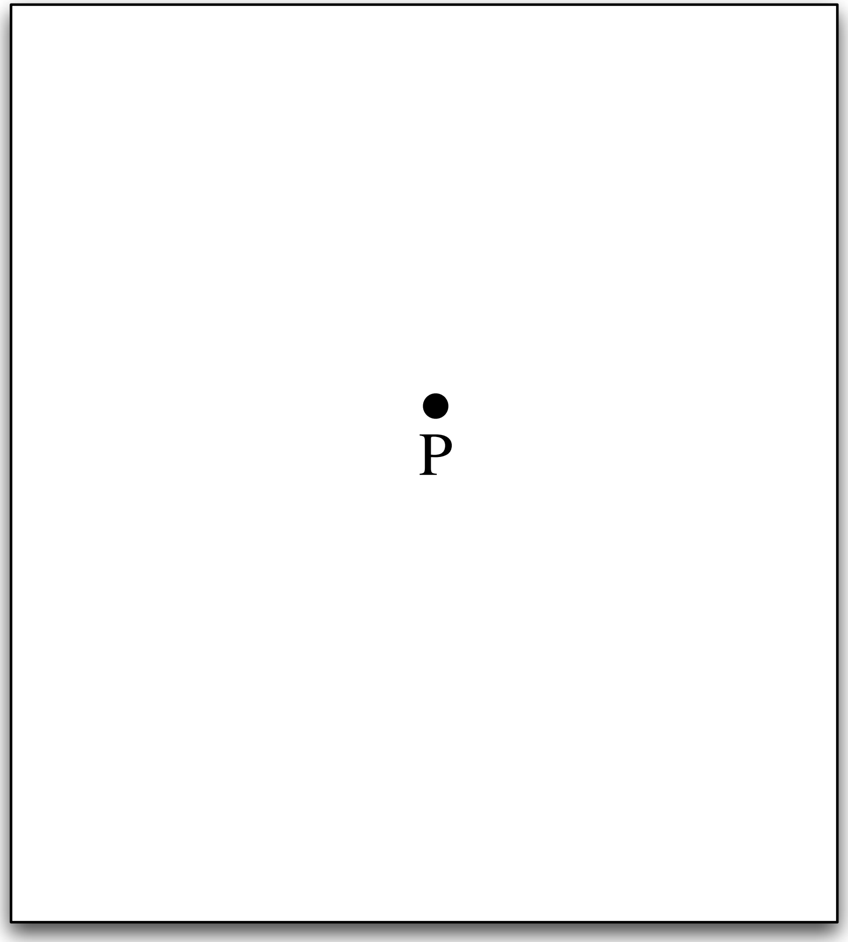
準備

形の基本概念

- 点
- 線
- 有向線分
- ベクトル
- 面

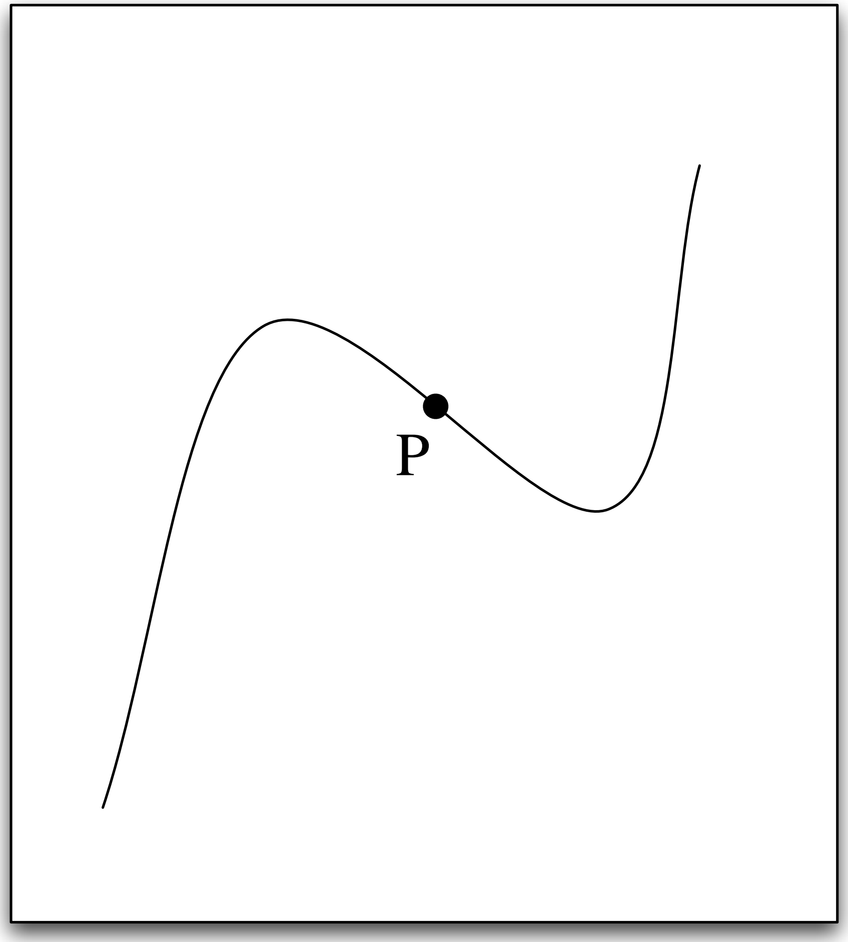
点

- 位置を表す



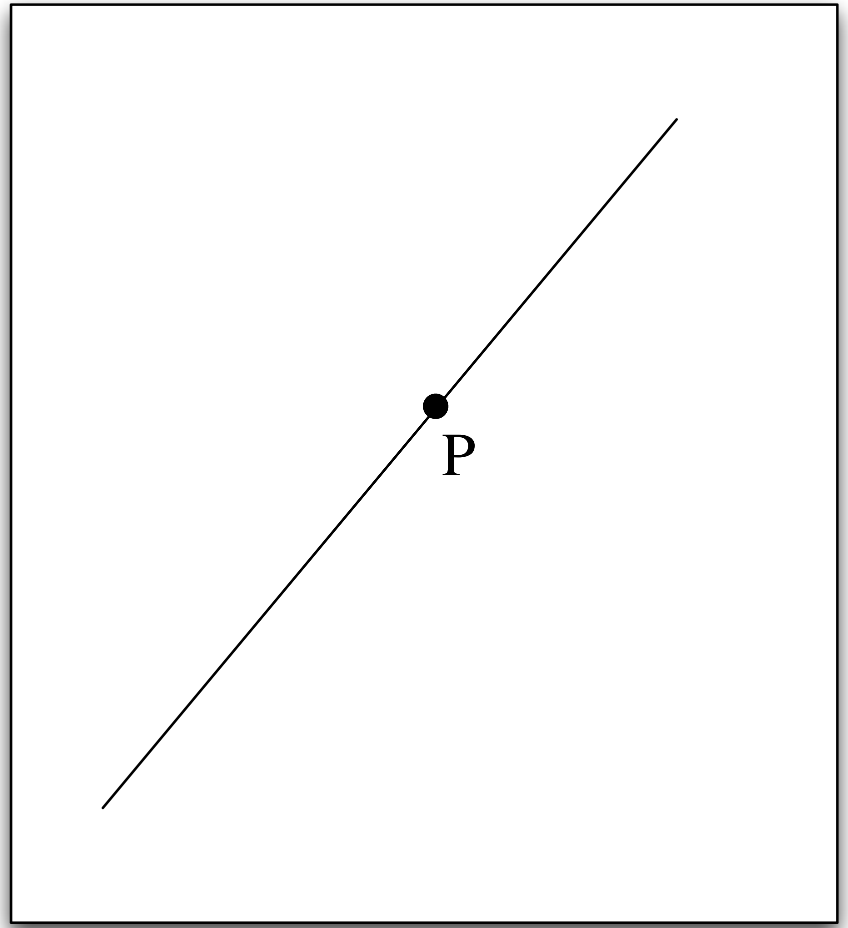
線

- 点の集合



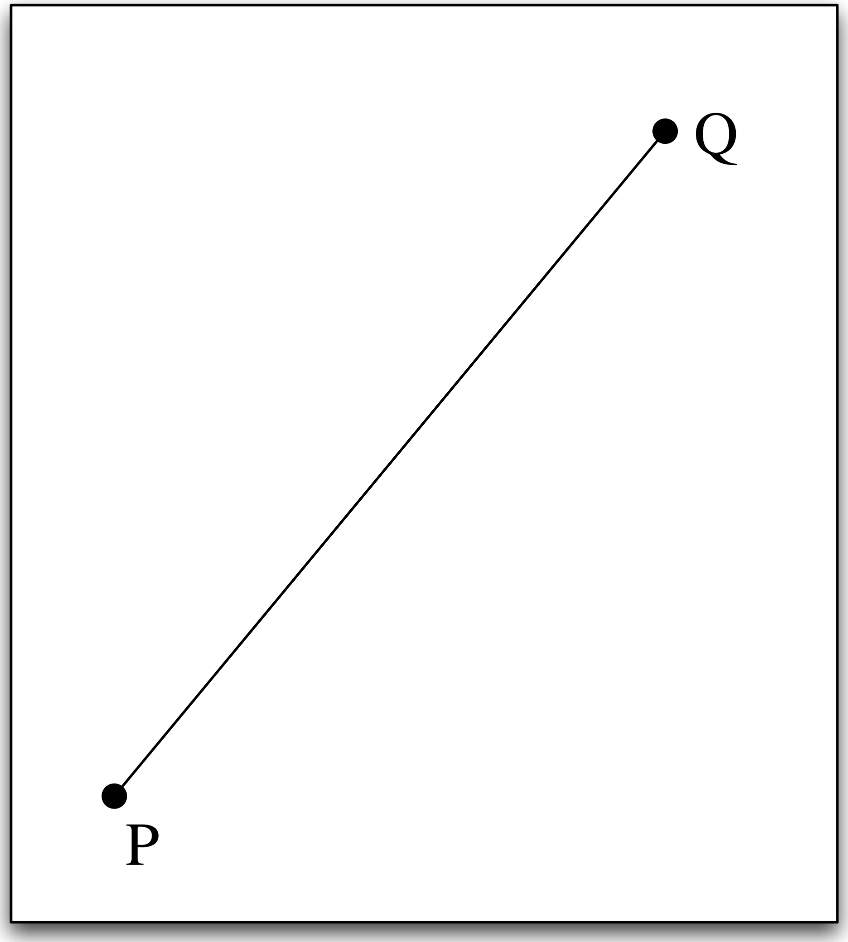
直線

- 2点によってただ一つ決定される
- 3点が1直線上にあれば，3点のうち1点が残りの2点の間にある
- 直線はその上の1点によって2つに分けられる
- 直線はその2つの方向に限りが無い



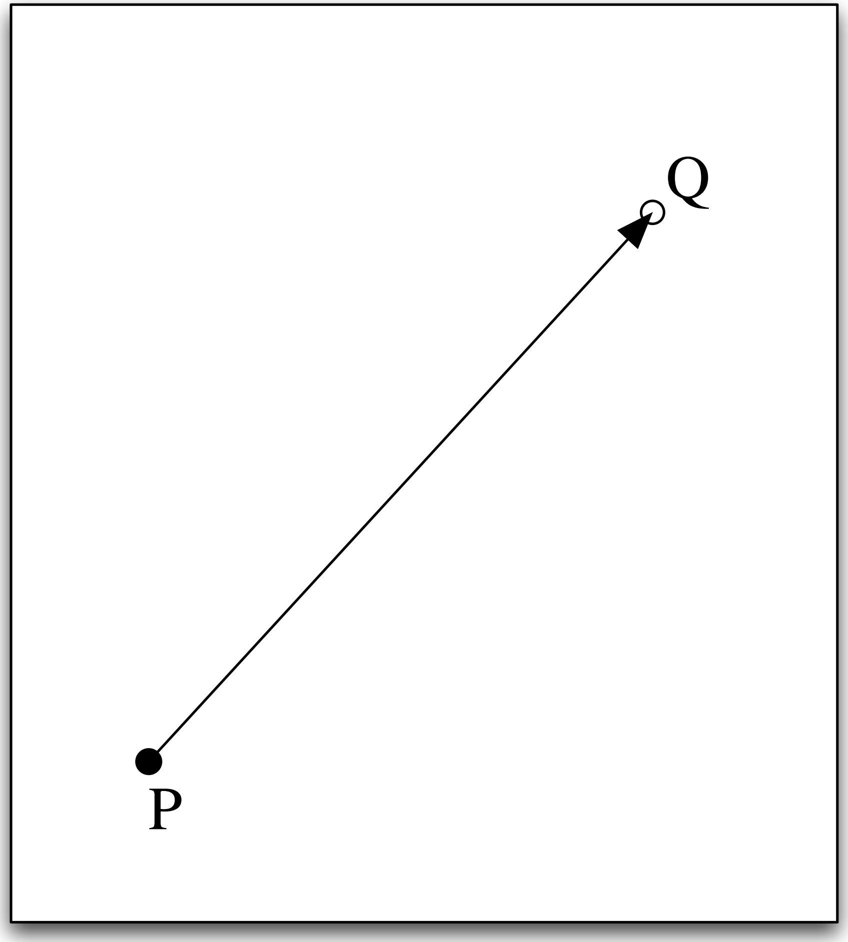
線分

- 直線上の2定点PとQの間にある点全体と，点PおよびQは一つの線分を形作る
- PとQは端点



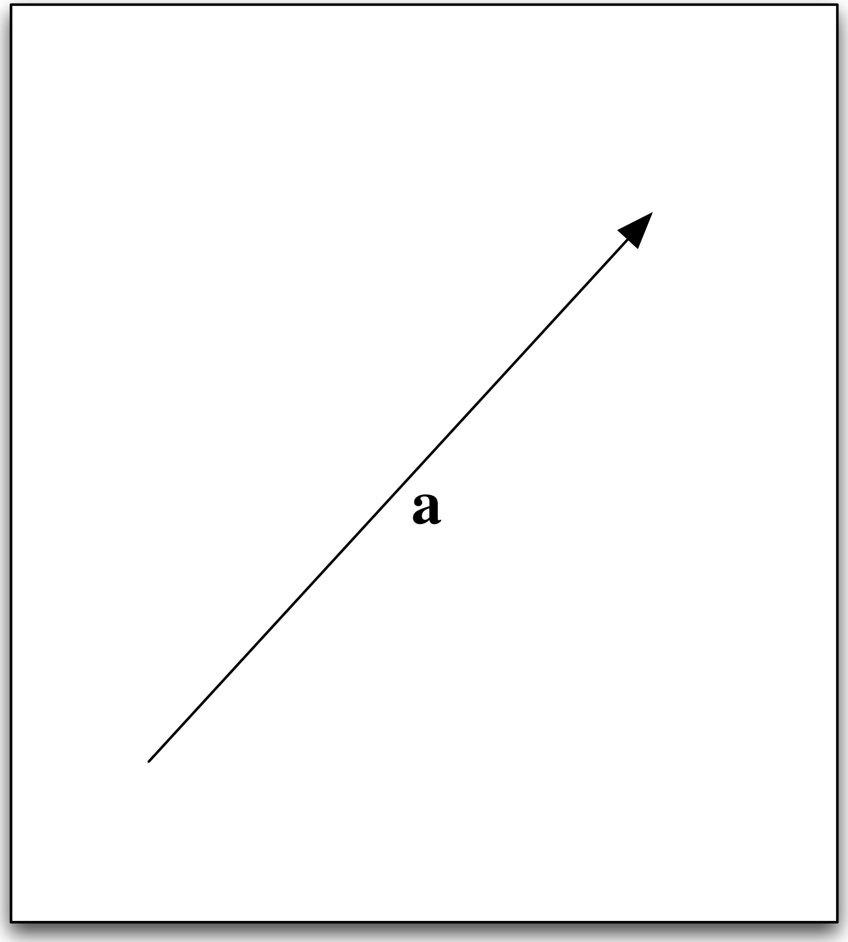
有向線分

- 線分の両端点の一方が始点であり, もう一方が終点であるもの
- 向きを持つ



ベクトル

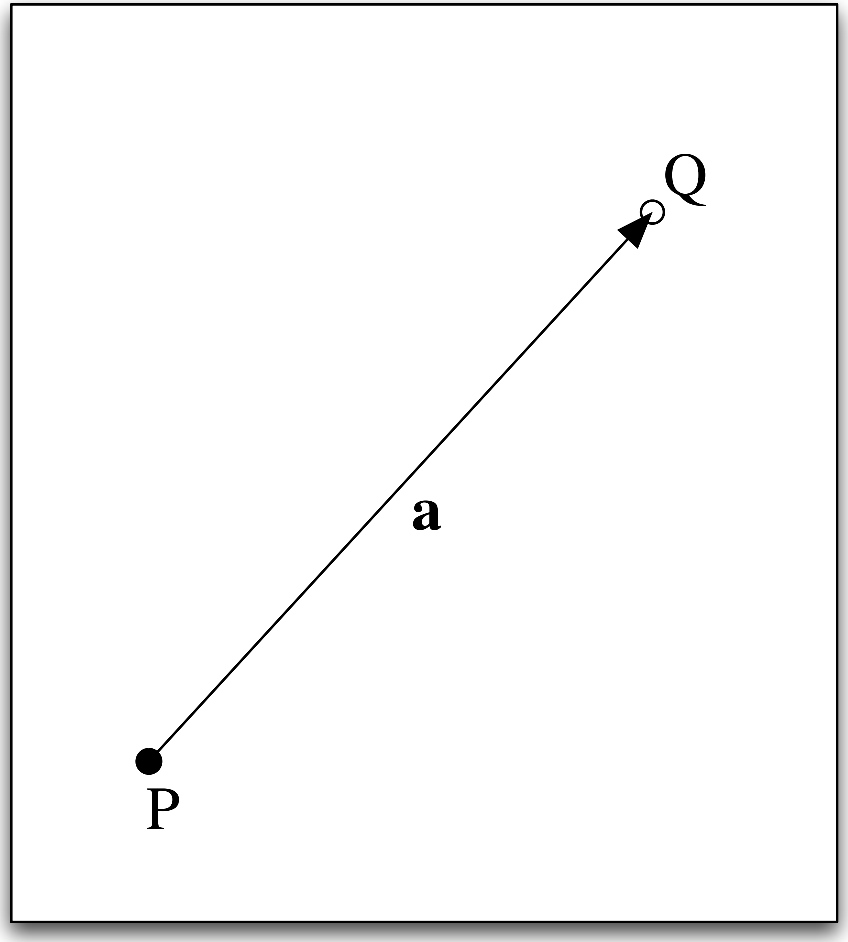
- 有向線分から位置の情報を取り去ったもの
  - 平行移動後も不変な成分のみ
    - 方向
    - 長さ $|\mathbf{a}|$
  - 零ベクトル $\mathbf{o}$
    - 長さ $|\mathbf{o}| = 0$



有向線分のベクトル

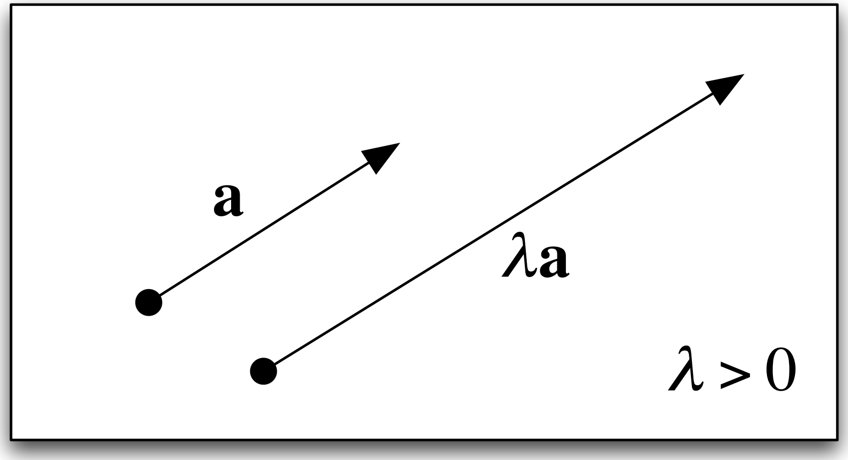
- 始点P，終点Qの有向線分のベクトル

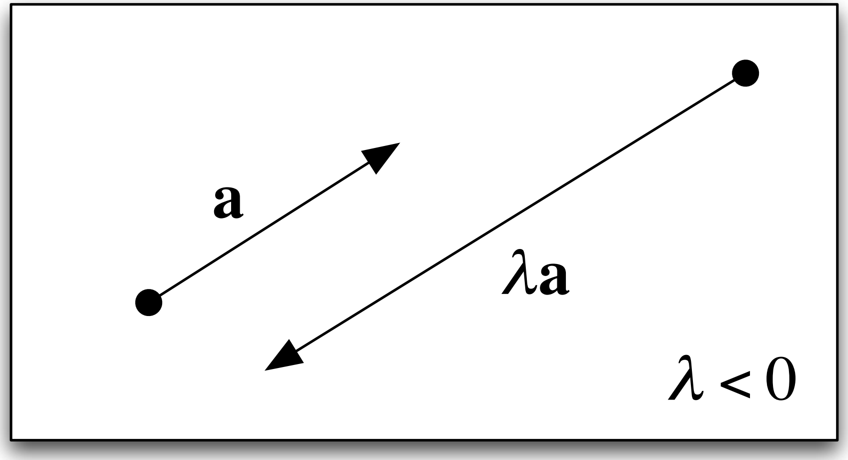
$$\mathbf{a} = \overrightarrow{\mathrm{PQ}}$$



ベクトルのスカラー倍

- ベクトル **a** を表す有向線分の長さを λ 倍する (λ は実数)
  - 1**a** = **a**
  - 0**a** = **o**
  - -1**a**
    - **a** の向きを反転
  - λ:スカラー





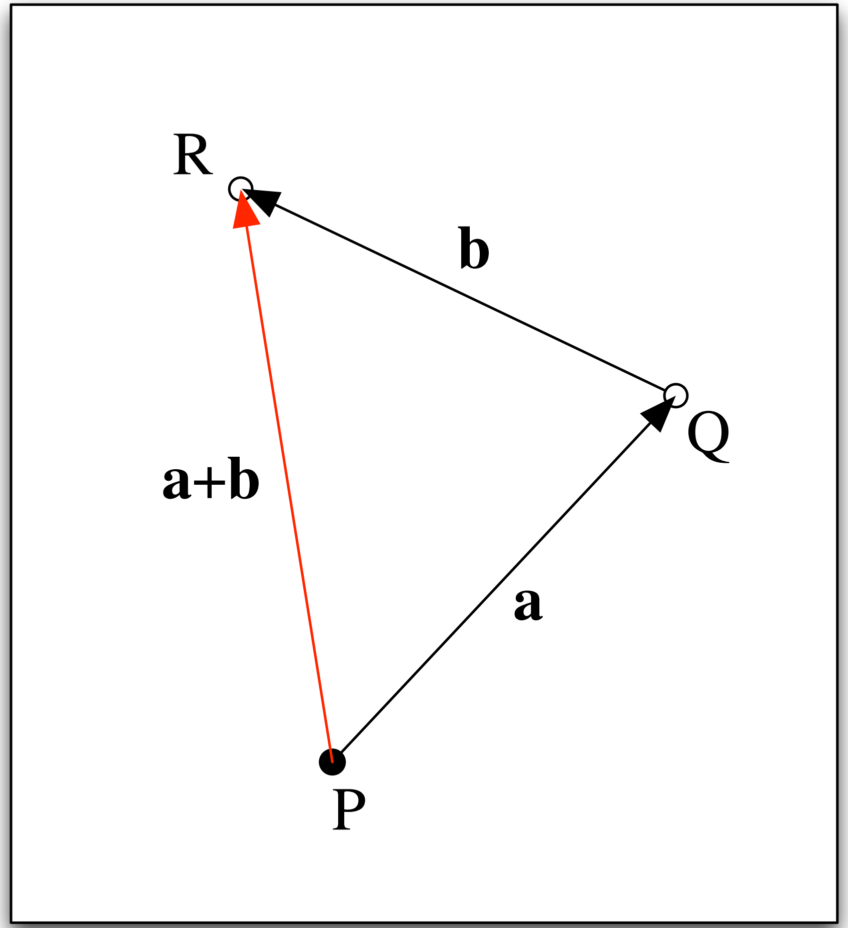
ベクトルの和

- ベクトル a, b

$$\mathbf{a} = \overrightarrow{PQ}$$

$$\mathbf{b} = \overrightarrow{QR}$$

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \overrightarrow{PR}$$



一次結合

$$\mathbf{b} = \lambda_1 \mathbf{a}_1 + \lambda_2 \mathbf{a}_2 + \cdots + \lambda_k \mathbf{a}_k$$

このとき

b は $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, •••, $\mathbf{a}_k$ の

一次結合

という

一次独立と一次従属

$$\lambda_1 \mathbf{a}_1 + \lambda_2 \mathbf{a}_2 + \cdots + \lambda_k \mathbf{a}_k = \mathbf{o}$$

上式が成り立つのが

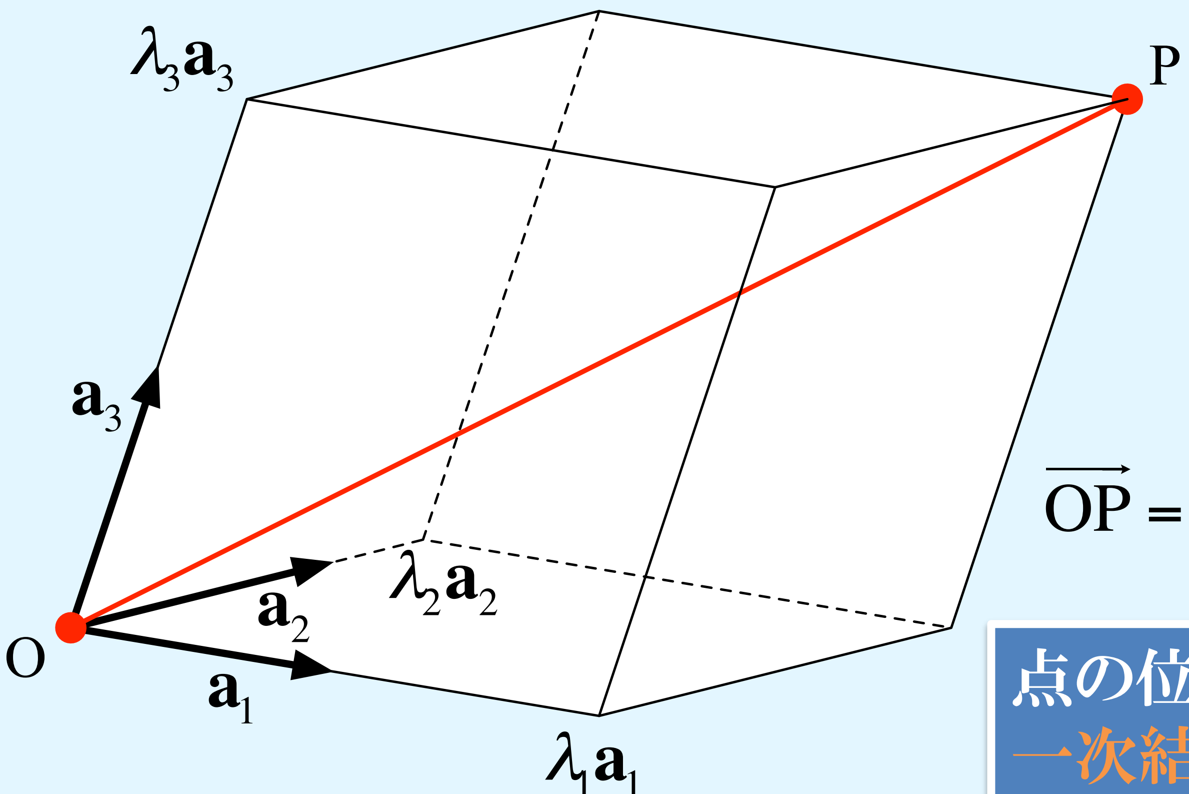
$$\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_k = 0$$

のときに

限られる → 一次独立

限られない → 一次従属

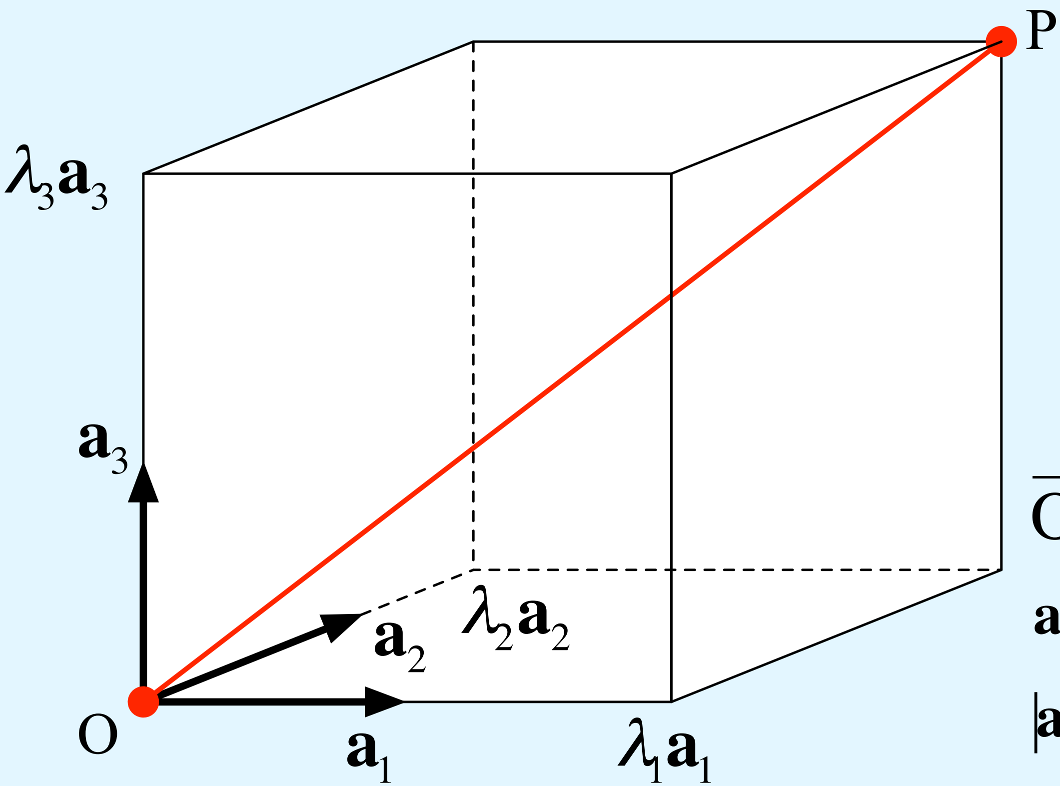
直線座標系



$$\overrightarrow{OP} = \lambda_1\mathbf{a}_1 + \lambda_2\mathbf{a}_2 + \lambda_3\mathbf{a}_3$$

点の位置を軸ベクトルの一次結合で表す

直交座標系

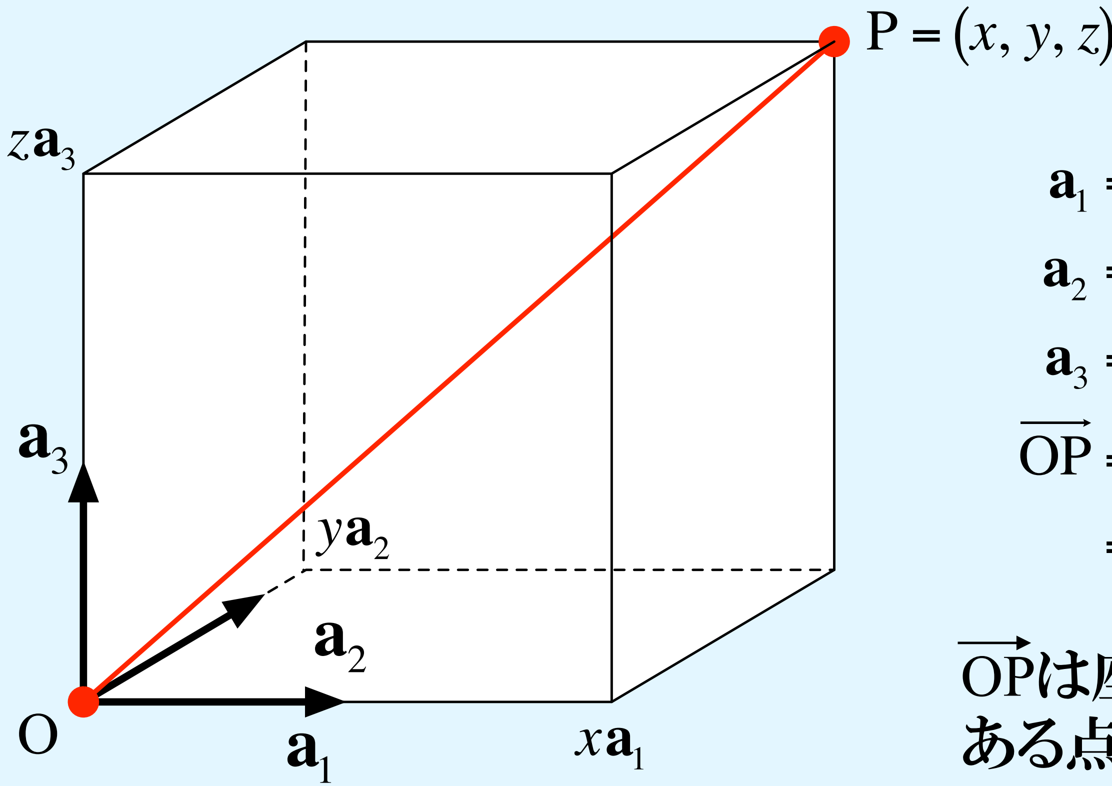


$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \lambda_1 \mathbf{a}_1 + \lambda_2 \mathbf{a}_2 + \lambda_3 \mathbf{a}_3$$

$\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ が互いに直交

$$|\mathbf{a}_1| = |\mathbf{a}_2| = |\mathbf{a}_3| = 1$$

座標値と位置ベクトル



$$\mathbf{a}_1 = (1,0,0)$$
$$\mathbf{a}_2 = (0,1,0)$$
$$\mathbf{a}_3 = (0,0,1)$$
$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = x\mathbf{a}_1 + y\mathbf{a}_2 + z\mathbf{a}_3$$
$$= (x, y, z)$$

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$は座標値が$(x,y,z)$である点Pの位置ベクトル

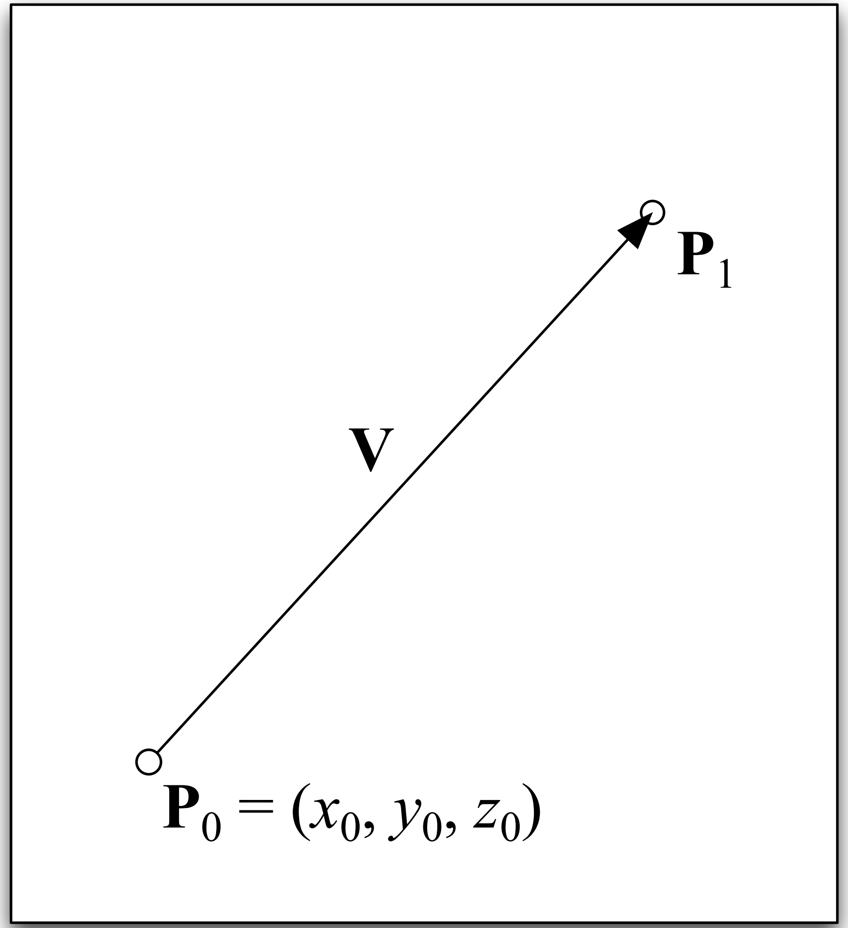
線分

- 2点P_0, P_1を端点とする線分
  - 方向ベクトル

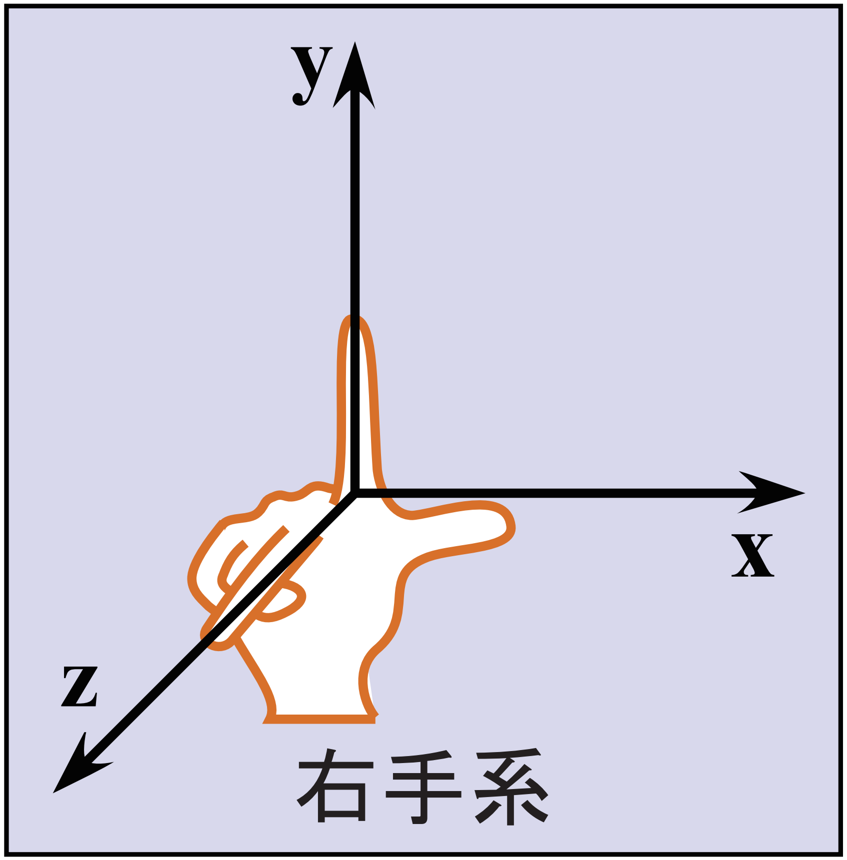
$$\mathbf{V} = (l, m, n)$$
$$= \overrightarrow{P_0 P_1}$$
$$= \mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0$$

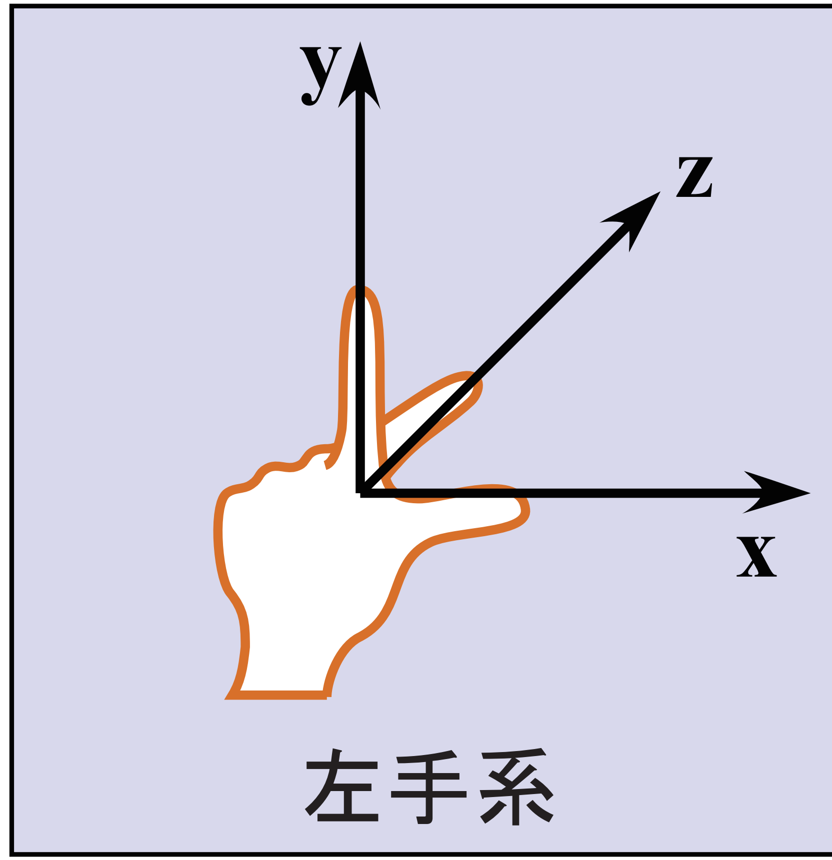
  - 線分の方程式

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$$



右手系と左手系

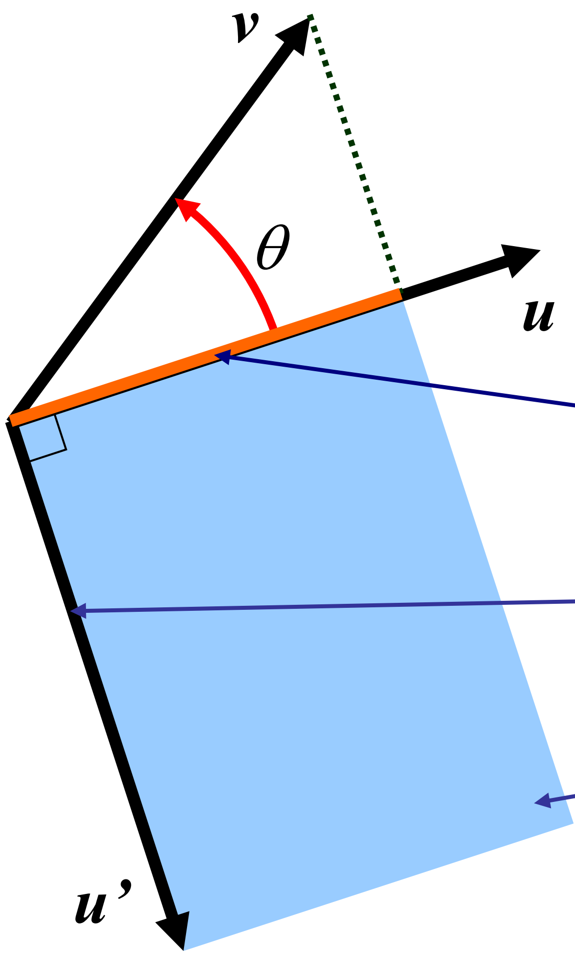




ベクトルの内積(1/3)

$$\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v} = |\boldsymbol{u}||\boldsymbol{v}|\cos\theta$$ （定義）

$$\boldsymbol{u} = (u_x, u_y, u_z)$$
$$\boldsymbol{v} = (v_x, v_y, v_z)$$



$|\boldsymbol{v}|\cos\theta$

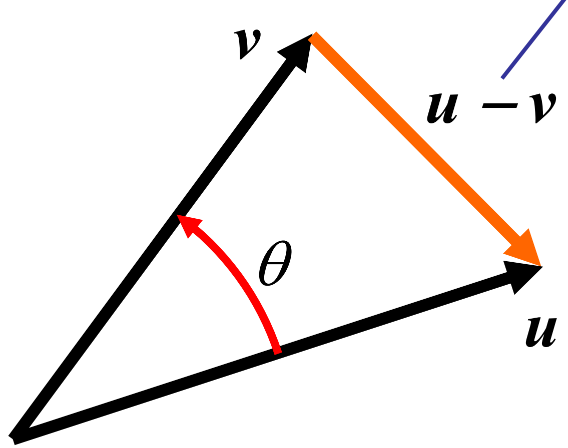
$|\boldsymbol{u}| = |\boldsymbol{u}'|$

$|\boldsymbol{u}'||\boldsymbol{v}|\cos\theta = |\boldsymbol{u}||\boldsymbol{v}|\cos\theta$

ベクトルの内積(2/3)

（余弦定理）

$$\boxed{|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{v}|^2 = |\boldsymbol{u}|^2 + |\boldsymbol{v}|^2 - 2|\boldsymbol{u}||\boldsymbol{v}|\cos\theta}$$



ベクトルの内積(3/3)

（定義）

$$\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}=|\boldsymbol{u}||\boldsymbol{v}|\cos\theta$$

（余弦定理）

$$\boxed{|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{v}|^2=|\boldsymbol{u}|^2+|\boldsymbol{v}|^2-2|\boldsymbol{u}||\boldsymbol{v}|\cos\theta}$$

$$=\frac{1}{2}\left(|\boldsymbol{u}|^2+|\boldsymbol{v}|^2-|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{v}|^2\right)$$

$$=u_xv_x+u_yv_y+u_zv_z$$

$$|\boldsymbol{u}|^2=u_x{}^2+u_y{}^2+u_z{}^2$$

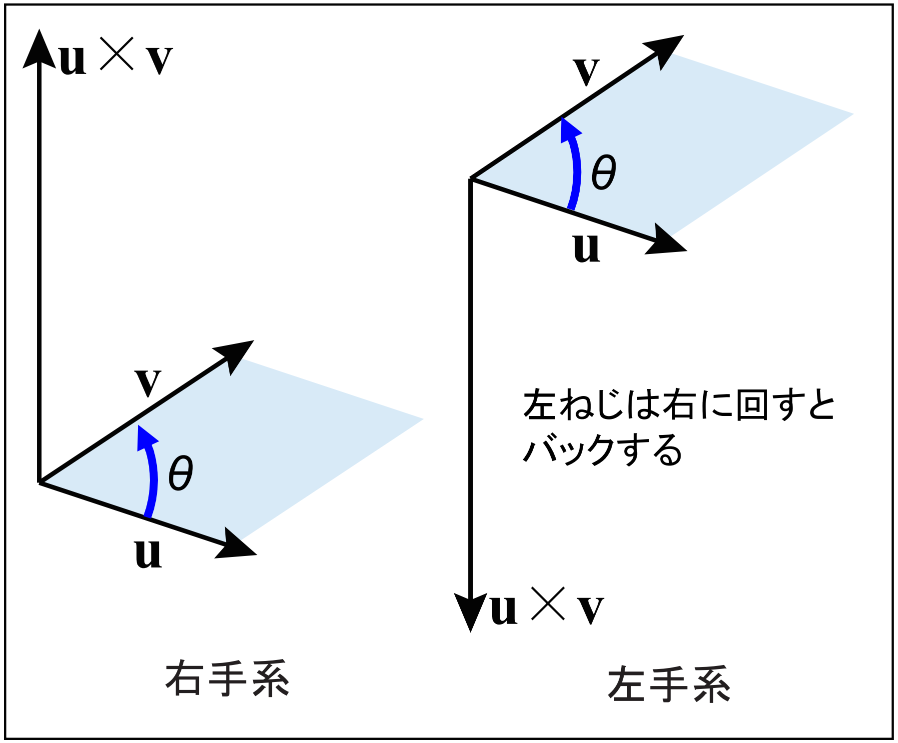
$$|\boldsymbol{v}|^2=v_x{}^2+v_y{}^2+v_z{}^2$$

$$|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{v}|^2=(u_x-v_x)^2+(u_y-v_y)^2+(u_z-v_z)^2$$

ベクトルの外積(1/2)

- 2つの3次元ベクトルu,vの外積(クロス積) u×v
  - 方向
    - u,vの両方と直交する
      - 右ねじ方向(右手系)
      - 左ねじ方向(左手系)
  - 大きさ
    - u,vを表す始点が共通な有向線分を2辺とする平行四辺形の面積
    - u,vをのなす角をθとするとき

$$|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = |\mathbf{u}||\mathbf{v}|\sin\theta$$



ベクトルの外積(2/2)

$$\mathbf{u}\times\mathbf{v}=\left(\begin{vmatrix} u_y & u_z \\ v_y & v_z \end{vmatrix},\begin{vmatrix} u_z & u_x \\ v_z & v_x \end{vmatrix},\begin{vmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{vmatrix}\right)$$

$$=\left(u_y v_z - u_z v_y, u_z v_x - u_x v_z, u_x v_y - u_y v_x\right)$$

$$|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|^2=\left(u_y v_z - u_z v_y\right)^2+\left(u_z v_x - u_x v_z\right)^2+\left(u_x v_y - u_y v_x\right)^2$$

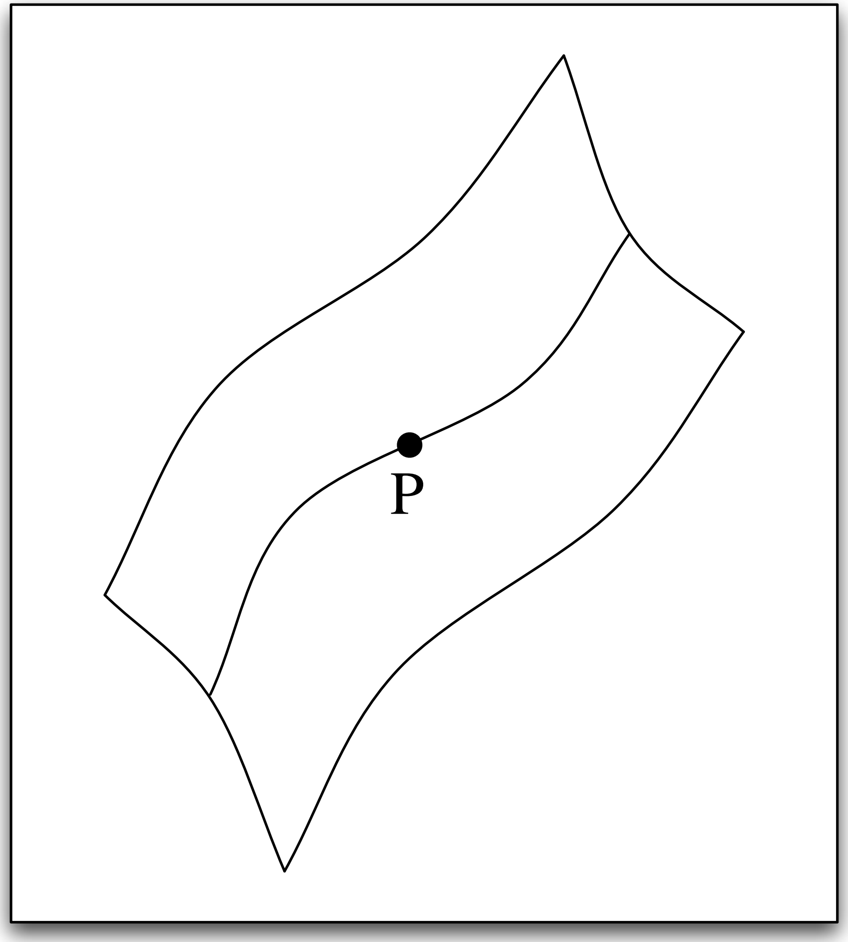
$$=\left(u_x^2+u_y^2+u_z^2\right)\left(v_x^2+v_y^2+v_z^2\right)-\left(u_x v_x+u_y v_y+u_z v_z\right)^2$$

$$=|\mathbf{u}|^2|\mathbf{v}|^2-(\mathbf{u}\cdot\mathbf{v})^2=|\mathbf{u}|^2|\mathbf{v}|^2-(|\mathbf{u}||\mathbf{v}|\cos\theta)^2$$

$$=|\mathbf{u}|^2|\mathbf{v}|^2\left(1-\cos^2\theta\right)=|\mathbf{u}|^2|\mathbf{v}|^2\sin^2\theta$$

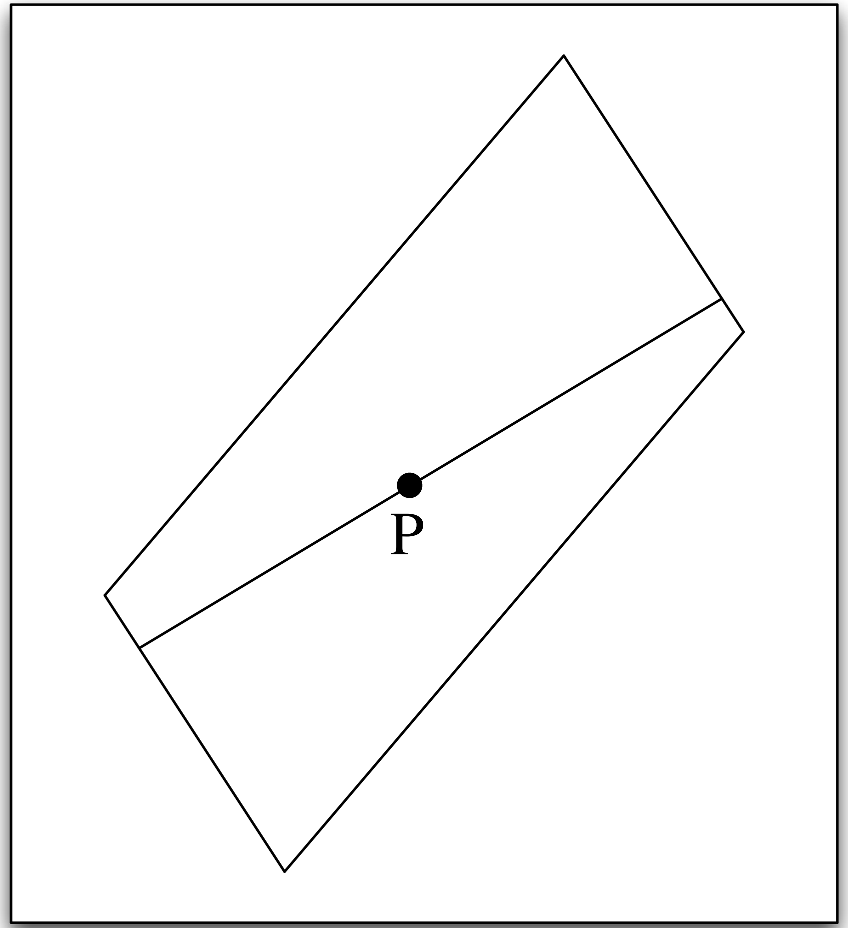
面

- 点の集合
- 線の集合

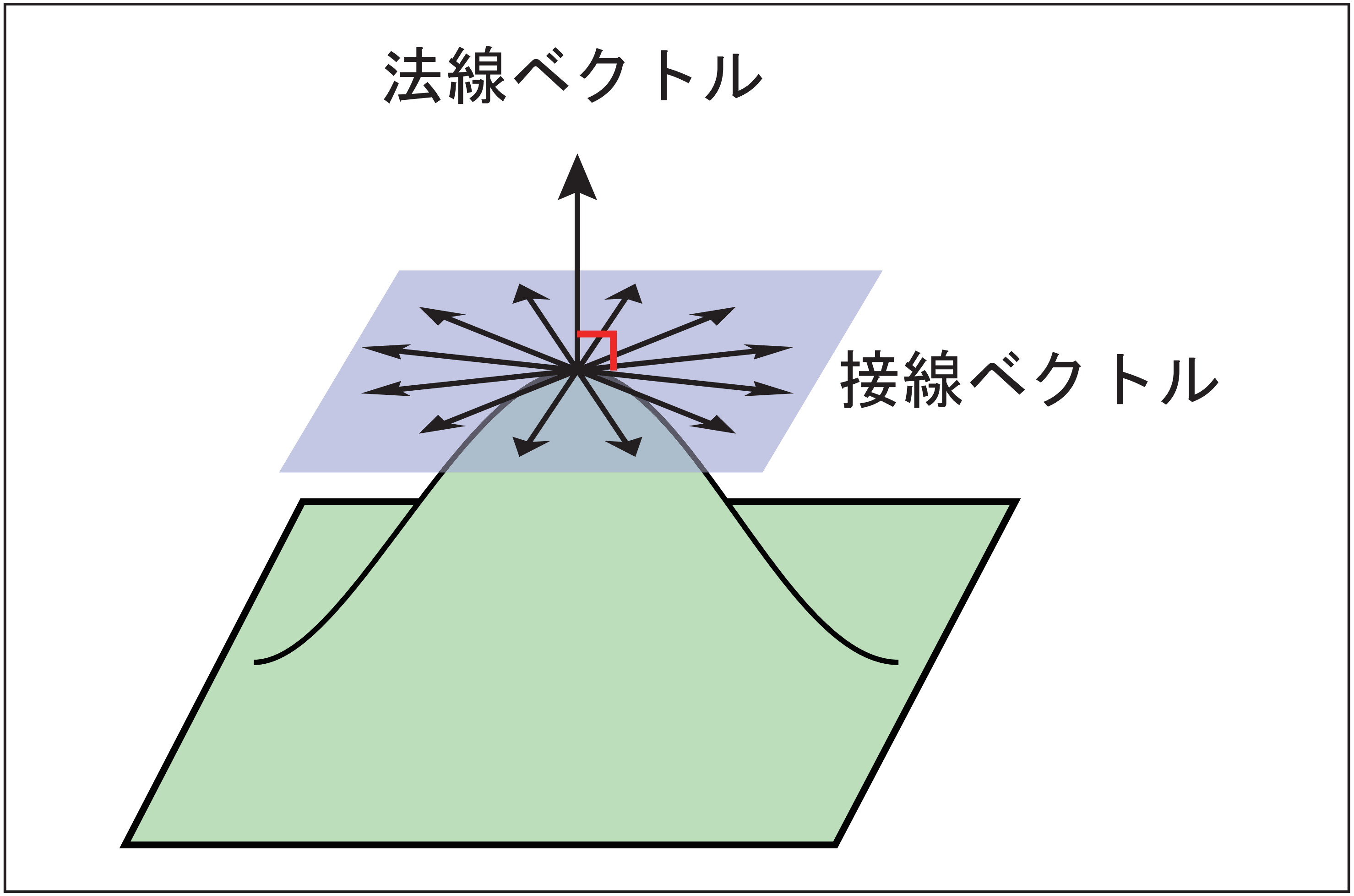


平面

- 1直線上にない3点によってただ一つ決定される
- 1直線上の2点が1つの平面上にあれば，直線全体がこの平面上にある
- 平面はその上にある直線によって2つに分けられる
- 平面はすべての方向へ無限に伸びており空間を2つの部分に分ける



面の接線ベクトルと法線ベクトル



三角形

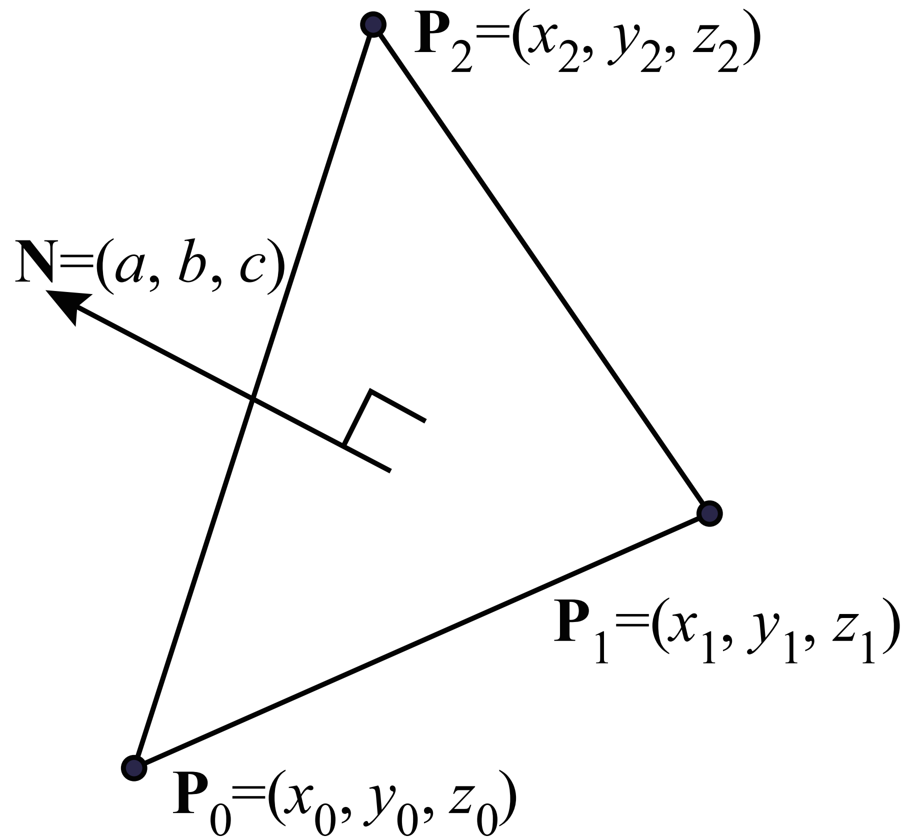
- 3点$\mathbf{P}_0$, $\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_2$を頂点とする三角形
  - 法線ベクトル

$$
\begin{aligned}
\mathbf{N} &= (a, b, c) \\
&= \overrightarrow{\mathrm{P}_0\mathrm{P}_1} \times \overrightarrow{\mathrm{P}_0\mathrm{P}_2} \\
&= (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0) \times (\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_0)
\end{aligned}
$$

  - 面の方程式

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$d = -ax_0 - by_0 - cz_0$$



面の方程式

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$d = -ax_0 - by_0 - cz_0$$

$$\mathbf{N} = (a, b, c)$$

$$\mathbf{P} = (x, y, z)$$

$$\mathbf{P}_0 = (x_0, y_0, z_0)$$

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{P} - \mathbf{N} \cdot \mathbf{P}_0 = 0$$

$$\mathbf{N} \cdot (\mathbf{P} - \mathbf{P}_0) = 0$$

おわり